السنة الثانية: رياضيات بكالوريا + 5، بكالوريا + 4

الوحدة : الجبر العام2

الرمز : ر211

الحجم الزمني الأسبوعي، دروس : 1 سا 30 د

أعمال موجهة: 1 سا و 30 د

النظام : سنوي

المعامل: 2

مقدمة :

إنّ برنا مج الجبر العام للسنة الثانية يشكل القاعدة الأساسية والضرورية لدراسة الجبر والتعمّق في مختلف تخصصاته، كما أنّ الفصول الأولى: المجموعات، التطبيقات، البديهيات الشهيرة، الأعداد الأصلية والمجموعات القابلة للعد هي فصول لا يمكن الاستغناء عنها في كلّ تخصصات الرياضيات المختلفة، إذ أنّها تسمح للطالب التعامل مع المجموعات الغير المنتهية التي تنمّي القدرة التجريدية لدى الطالب لما فيها من نتائج صحيحة من ناحية المنطق الرياضي ولكن لا تتماشى مع الحدس الملموس مثل تساوي القدرة بين مجوعة الأعداد الحقيقية وأي مجال منها. كما أنّ مفاهيم العائلات الغير منتهية مستعملة بشكل ملحوظ في دراسة الاحتمالات، الإحصاء والقياس.

---

1. المجموعات والتطبيقات

التذكير بمفهوم المجموعة وتعريفها، الإشارة (مع التبرير) إلى عدم وجود "مجموعة كلّ المجموعات" - الاتحاد، الاتحاد المنفصل، التقاطع والجداء الديكارتي لعائلة كيفية غير منتهية من المجموعات - الخاصية التوزيعية لكل من الاتحاد على التقاطع والتقاطع على الاتّحاد في الحالة الغير منتهية مع - التذكير بتعريف التطبيق، تمديد تطبيق، اقتصار تطبيق - الصورة المباشرة بتطبيق لاتحاد وتقاطع عائلة كيفية من مجموعات جزئية من مجموعة الانطلاق - الصورة العكسية بتطبيق لاتحاد وتقاطع عائلة كيفية من مجموعات جزئية من مجموعة الوصول - الصورة المباشرة للفرق والفرق التناظري لمجموعتين جزئيتين من مجموعة الإنطلاق.

2. العلاقات داخل المجموعة

علاقة التكافؤ في مجموعة - أصناف التكافؤ وخواصها الأساسية - التأكيد على أنّ أصناف التكافؤ تشكل تجزئة في المجموعة وأنّ كلّ تجزئة لمجموعة يمكن أن نعرّف من خلالها علاقة تكافؤ في هذه المجموعة - علاقة الترتيب والعناصر الشهيرة في مجوعة مرتّبة وهي العنصر الأصغر، العنصر الأكبر، الحد الأعلى والحاد من الأعلى، الحد الأدنى والحاد من الأدنى، العنصر الأصغري والعنصر الأعظمي وعدم وحدانية كلّ منهما على العموم - الترتيب الكلي والترتيب الجيد والعلاقة بينهما.

3. البديهيات الشهيرة

بديهية (choix) تعريف المجموعة الاستقرائية - ذكر بوضوح البديهيات الثلاثة الشهيرة وهي: بديهية الاختيار - ذكر (بدون برهان) تكافؤ هذه البديهيات الثلاثة.ZERMILOوبديهية ZORN

4. الأعداد الأصلية

مفهوم العدد الأصلي - تساوي القدرة بين مجموعتين - تعريف: جمع، ضرب، الرفع إلى القوى للأعداد
عددا أصليا غير معدوم فإنّ α الأصلية مع تقديم الاصطلاحات التالية: إذا كان
-(مع البرهان) - الخاصية BERENSTEIN-CANTOR - نظرية $\alpha^0=1,\ \alpha^1=\alpha,\ 0^\alpha=0,\ 1^\alpha=1$
التجميعية والتبديلية لجمع وضرب الأعداد الأصلية، توزيع الضرب على الجمع، جمع الأسس أي
عدد أصلي منته فإنّ: n عددين أصليين كيفيين و α,β - برهان الخاصية التالية: إذا كان $\alpha^{\beta+\gamma}=\alpha^{\beta}\cdot\alpha^{\gamma}$
E - تساوي القدرة بين أي مجموعة E - أصلي مجموعة أجزاء مجموعة كيفية $\alpha+n=\beta+n\Leftrightarrow\alpha=\beta$
وأيّ مجال منها. R - البرهان على تساوي القدرة بين مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{N}^*$ $\forall n\in$ E^n غير منتهية و

5. المجموعات القابلة للعد

تعريف المجموعة القابلة للعد - الجداء الديكارتي المنتهي لمجموعات قابلة للعد - الاتحاد القابل للعد لمجموعات قابلة للعد - العلاقة بين القابل للعد وقدرة المستمر.

6. الزمر

6.1LAGRANGE. مفاهيم أوّلية ونظرية

التذكير بتعريف قانون التركيب الداخلي - البرهان على وحدانية العنصر الحيادي والعنصر النظير إن وجدا
عندما يكون قانون التركيب تجميعي - التذكير بتعريف الزمرة - التعريف الأساسي للزمرة الجزئية والبرهان
والبرهان على (Z,+) على تكافئ التعاريف المختلفة لها - تقديم أمثلة عن زمر معروفة ومتداولة مثل الزمرة
- الاتحاد، التقاطع، الجداء والجداء المباشر للزمر الجزئية - أصلي جداء nZ أنّ زمرها الجزئية من الشكل
زمرتين جزئيتين - الجداء المباشر لعائلة كيفية منتهية وغير منتهية من الزمر - تعريف علاقتي تكافئ من
- البرهان على تساوي القدرة بين صف من H بواسطة زمرة جزئية منها G اليسار ومن اليمين في زمرة
- قانون جداء الأدلّةLAGRANGE - دليل زمرة جزئية - نظرية Hx وصف من اليمين xH اليسار

– ÇáÒãÑÉ ÇáÌÒÆíÉ ÇáäÇÙãíÉ – ÇáÒãÑÉ ÍÇÕá ÇáÞÓãÉ

æÒãÑåÇ ãÚ ÃãËáÉ – ÊãÇËá ÇáÒãÑ – äæÇÉ æÕæÑÉ ÇáÊãÇËá

- الخواص الأساسية للتماثل - التشاكل والتشاكل الداخلي للزمر - نظرية التشاكل الأولى والثانية.

6.2. الزمرة الدورية

الزمرة الجزئية المولّدة بمجموعة جزئية - تعريف الزمرة الدورية مع أمثلة - رتبة عنصر في الزمرة - تعيين مولّدات زمرة دورية وعددها - أمثلة - الزمرة الجزئية لزمرة دورية - الجداء المباشر لزمرتين جزئيتين دوريتين - الجداء المباشر لزمرتين دوريتين - أمثلة.

6.3. الزمرة التناظرية

تعريف الزمرة التناظرية ورتبتها - تعريف الدورة وطولها - تعريف المناقلة - تفكيك كل تبديلة إلى جداء دورات منفصلة - تفكيك كل دورة إلى جداء مناقلات - تفكيك كل تبديلة إلى جداء مناقلات - تعريف إشارة تبديلة -
أمثلة.(groupe alterné)الزمرة المتناوبة

7. الحلقات

التذكير بتعريف الحلقة وبعض قواعد الحساب فيها - الحلقة الجزئية، المثالي والحلقة حاصل القسمة - جمع، ضرب، وقسمة المثاليات في الحلقة مع أمثلة - تماثل الحلقات وخواصه - تشاكل الحلقات - نظرية التشاكل الأولى في الحلقات - المثالي الأولي، المثالي
الأعظمي - - المثالي الرئيسي - القسمة في حلقة - العناصر الشهيرة في حلقة: العنصر عديم القوى، العنصر عديم النمو، العنصر القابل للقلب - العناصر المتشاركة - العنصر القاسم للصفر، تعريف الحلقة التامة - أمثلة عن حلقات تامّة وحلقات ليست تامة - العنصر الغير قابل للاختزال مع تقديم أمثلة متعدّدة في الحلقات $(\mathbb{Z},+,\times)$ و $\left(\mathbb{Z}\left[\sqrt{n}\right],+,\times\right)$: $n \in \mathbb{Z}$ - تعريف الحلقة العاملية مع تقديم أمثلة عن حلقات عاملية وحلقات ليست عاملية -
تعريف الحلقة الرئيسية مع أمثلة عن حلقات رئيسية وحلقات ليست رئيسية - العلاقة بين المثالي الأوّلي والمثالي الأعظمي في حلقة واحدية وتبديلية على العموم وفي حلقة رئيسية على الخصوص مع أمثلة - تعريف الحلقة الإقليدية مع أمثلة - تعريف القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر لعائلة منتهية من العناصر بيزوت وعلاقتهما بالمثاليات في حلقة رئيسية - خوارزمية إقليدس لتعيين القاسم المشترك الأكبر ومعاملات BEZOUT لعنصرين في حلقة إقليدية على العموم وفي الحلقة $(\mathbb{Z},+,\times)$ على الخصوص - البرهان على أنّ كلّ حلقة إقليدية هي حلقة رئيسية وكلّ حلقة رئيسية هي حلقة عاملية.
البرهان على أنّ حلقة كثيرات الحدود $K[X]$، حيث K حقل تبديلي، هي حلقة إقليدية - إنشاء حلقة كثيرات الحدود $K[X,Y]$ ودراستها.

أهم المراجع

1. N. BOURBAKI, Eléments de Mathématiques, Théorie de Ensembles, Hermann.
2. JOSETTE CALAIS, Eléments de Théorie des Groupes, Puf Mathématiques.
3. ALAIN BOUVIER, Groupes: Observation,Théorie,Pratique, Actualités Scientifiques et Industrielles 1383, HERMANN.
4. N. BOURBAKI, Eléments de Mathématiques, Algèbre, Chapitres de 1 à 3, Hermann.
5. CLAUDE MUTAFIAN, le Défi Algébrique, Tome 1 et Tome 2 , Librairie Vuibert, 63 bd Saint-Germain, 75005 Paris.
6. J. QUERRE, Cours d'Algèbre, Masson, 1976.
7. ALLAN CLARK, Elements of Abstract Algebra.
8. SERGE LANG, Algebra, Third Edition.
9. Les cours de SERGE LANG, Structures Algébriques, Inter Edition, Paris.
10. M. QUEYSANNE; Premier Cycle et Préparation aux Grandes Ecoles, Armand Colin, Cllection U.
11. ROGER GODEMENT, Cours d'Algèbre.