محمّد حازي

من دفاتر التحليل ...

القابلية للاشتقاق والنشور المحدودة لدى الدوال الحقيقيّة ذات متغيّر حقيقيّ

تقعيد نظريّ وتطبيقات

للسنة الأولى الجامعيّة بكلّ فروعها وتخصّصاتها

للمؤلّف في ديوان المطبوعات الجامعيّة:

في التأليف:

1) Espaces topologiques en particulier et espaces métriques en général.
2) المختصر في الطبولوجيا.
3) Introduction aux espaces normés.
4) السبيل إلى الأعداد الحقيقيّة.
5) الفالج المقروض في الامتحانات والفروض، الجزء الأوّل.
6) الفالج المقروض في الامتحانات والفروض، الجزء الثاني.
7) S.E.M 300 par ses Examens, tome 1.
8) S.E.M 300 par ses Examens, tome 2.
9) Topologie: Au delà des travaux dirigés, tome 1: Visite guidée dans les espaces topologiques.
10) Topologie: Au delà des travaux dirigés, tome 2: Visite guidée dans les espaces métriques.
11) Topologie: Au delà des travaux dirigés, tome 3: Visite guidée dans les espaces normés.
12) مبادئ مفتاحيّة في مفاهيم طبولوجيّة.
13) الدروس الوافية في الفضاءات المتريّة.
14) المقعّد المحلّي للتحليل الدالّي.
15) من دفاتر التحليل: المتتاليات العدديّة.
16) من دفاتر التحليل: الدوال الحقيقيّة ذات متغيّر حقيقيّ : نهاياتها واستمرارها.

ب. في الترجمة:

1) معادلات الفيزياء الرياضيّة : الجزء الأوّل.
2) معادلات الفيزياء الرياضيّة : الجزء الثاني.
3) دروس في الطبولوجيا.
4) سلاسل وتكاملات.
5) المصفوفات: دروس ومسائل.
6) مسائل وتمارين محلولة.
7) مدخل إلى الطبولوجيا العامّة.
8) دروس في الجبر الخطّيّ.
9) الجبر الخطّيّ.
10) الجبر I: تذكير بالدروس وتمارين محلولة.

أنشودة الفالج[↓]

يا من معدّله عن العشرة قد طفا

فزتَ، فانعم اليوم بالتهاني و"الوفا"

قل للذي دون ذلك لا تراع

كلّ امرئ عن أمره يوما قد غفا

ما له أن يركن حين الملمات إلى

اليأس، ويعرف النوم وعيناه "الجفا"

لئن لم يضرب الفوز في حزيران له

موعدا، ولم ينج من أيلول ضيفا

فله في " الفالج المقروض " خير معين

على الاستذكار، ومن الهم خير "الشفا"

يجلي عن وجهه غلس الأسى

فيغدو مثل السماء حين "الصفا"

يأتي ركبَكم يرفل بوشاحه

يحمد اللّه و" الفالج " الذي رفا.

[↓] كلام شبه منظّم، قلته حين صدور الكتاب "الفالج المقروض" في طبعته الأولى. إنّه ترويج له لدى جمهور مستخدميه. لك فيه الرفيق المعين على هضم واستيعاب مفاهيم الكرّاس الحاضر ...

الإهداء

إلى

زوجتي وأولادي

الذين جلبت لهم كتبي حرمانا مزدوجا:

فلا هي تركت لي فراغا زمنيّا فألهيهم

ولا هي درّت عليّ مالا فأغنيهم ...

لسم الله الرحمن الرحيم

0 تصدير

« اسم من هام فؤادي به جميعه شيء وتسعونا
فالشيء إن زدت على نصفه الأوّل كان النصف خمسينا. »

ابن هيدور

كلمة لا بدّ منها

تمثّل الدروس المستعرضة عبر الدفاتر السبعة عصارة ما شاركت فيه خلال أعوام عديدة ضمن أطقم أشرفت على السنة الأولى في المدارس الوطنيّة العليا الأربع التالية:
المدرسة العليا للأساتذة بالقبّة القديمة؛
المدرسة الوطنيّة للأشغال العموميّة بڤاريدي– القبّة؛
المدرسة الوطنيّة المتعدّدة التقنيات بالحرّاش؛
المدرسة الوطنيّة للتحضير لدراسات المهندسين برويبة.

إنّها وفاء بالوعد الذي قطعته على نفسي، خلال إعدادي كتابي "السبيل إلى الأعداد الحقيقيّة"[1] الأعداد الحقيقيّة"، بالعودة إلى وحدة تحليل السنة الأولى ووضع مرجع شامل يغطّيها. فها هو العمل في سبع مقطورات، يشكّل "السبيل" قاطرة لها.

أجدّد في هذه الفسحة المتاحة شكري لكلّ زميل عمل وقاسى معي الأمرّين في خدمة طلبة السنة الأولى، وأحيّيه منحنيا على ما بذله من جهد وأغدقه من عطاء وتجشّمه من صعاب وتحمّله من عناء في سبيل ترويض المادّة وإنضاجها وإيصالها إلى المتلقّين نقيّة كاملة.

أكتفي بذكر رؤوس الفرق دون أن ينتقص ذلك مثقال ذرّة من دور كلّ الأعضاء الآخرين، وهم كثيرون. فلئن حال ضيق الإطار دون ذلك، فإنّ القلب أرحب ويسعهم على مدار السنين بشوق جامح يخنق الأنفاس وحنين متجدّد لا يعرف الحدود:

الأستاذ شريف بوزيدي من المدرسة الوطنيّة للأشغال العموميّة بالقبّة؛

[1] صدر بدار ديوان المطبوعات الجامعيّة 1999.

الأستاذ ابراهيم كاشة المدرسة الوطنيّة المتعدّدة التقنيات بالحرّاش؛
الأستاذ مسعود جباري من المدرسة الوطنيّة للتحضير لدراسات المهندسين برويبة؛
الأستاذ إسماعيل اجبالي من المدرسة العليا للأساتذة بالقبّة القديمة.

مدخل

نقف بك الآن في المحطّتين الرابعة والخامسة من مسيرتنا في برنامج السنة الأولى الجامعيّة بكلّ تخصّصاتها وشعبها. إنّهما محطّتا الاشتقاق والنشور المحدودة بشقّيهما النظريّ والتطبيقيّ ...

للمشتقّ تاريخ طويل، وهو وثيق الارتباط والصلة بالمماس. يرجع تلازمهما إلى عهود سحيقة، ولاسيما العهود الإغريقيّة، التي عرفت فيها الأعمال الهندسيّة ازدهارا هائلا. وبالطبع، فقد "عاش" المشتقّ في ظلّ المماس إلى غاية القرن السابع عشر حيث ازدادت أهمية السيطرة على هذا الأخير بحكم بروز تطوّر في تطبيقاته وتعدّدها. يمكن القول بأنّ مفهوم المشتقّ خطا خطواته الأولى نحو النور مع كتابات ليبنيز[1] ونيوتن[2]. وتجاذبته أعمال كبار علماء القرن الثامن عشر من غرب أوروبا بالخصوص. ومع استكمال التحكم الدقيق في مفهوم النهاية في النصف الثاني من القرن التاسع عشر، مكّنت أعمال لاڤرانج[3] وبولزانو[4] وفيرشتراس[5] من وضع التعريف الدقيق للمشتقّ كما هو متداول اليوم.

لا يكاد موطن من مواطن الفيزياء، فضلا عن الرياضيّات، يخلو منه. فتطبيقاته متنوّعة ومتعدّدة. هكذا، نجده أساسيّا في الدراسة المحليّة لدالّة ما من حيث تغيّراتها ورتابتها وتمتّعها بنقاط حدّيّة وتحدّب بيانها أو تقعّره وقبول هذا البيان لمماس أو عدمه ... أمّا فيزيائيّا فنجد أنّ علم الحركة يكاد يكون مبنيّا عليه. فمن خاض في السرعة والتسارع على وجه الخصوص سارع إلى المشتقّ ليفصّل حديثه ويبين ...

هيكل الدفتر الحالي وفق أربعة أقسام هي:

---

1. Gottfried Wilhelm Leibniz: رياضيّاتيّ ألمانيّ. ولد بليبزيڤ في 01 جويلية 1646 ومات بهانوفر في 14 نوفمبر 1717. اهتمّ بالمتتاليات والسلاسل. أسّس بأعماله للحساب التفاضليّ. يعود إليه الفضل في وضع رمز التكامل $\int$ وكثير من الرموز الرياضيّاتيّة المتداولة اليوم.

2. Isaac Newton: أعظم علماء انڤلترا على الإطلاق. ولد بوولستورب في 04 جانفي 1642 ومات بلندن في 31 مارس 1727. اشتغل بالفيزياء والرياضيّات والفلك. يعتبر بمعيّة ليبنيتز مؤسّس الحساب التفاضليّ والتكامليّ.

3. Joseph Louis Lagrange: رياضيّاتيّ إيطاليّ كبير في الفيزياء والتحليل الرياضيّاتيّ ونظرية الأعداد. ولد في 25 جانفي 1736 بطورينو ومات بباريس في 10 أفريل 1813. ساهم بشكل خاص في حسبان التغيّرات والميكانيكا التحليليّة والفلك. إليه يعود رمز المشتقّ f'.

4. Bernhard Bolzano: رياضيّاتيّ وفيلسوف تشيكيّ، ألمانيّ اللغة. ولد في 5 أكتوبر1781 ببراڤ ومات بها في 18 ديسمبر 1848. اشتغل أساسا في الدوال والمنطق ونظرية الأعداد.

5. Karl Theodor Weierstrass: رياضيّاتيّ ألمانيّ. ولد في 31 أكتوبر 1815 بأستنفيلد ومات في 19 فيفري 1897 ببرلين. من ضمن أعماله الرياضيّاتية نظرية الدوال الآبليّة والتحليليّة. يذكر له التاريخ أنّه عارض زميله وصديقه كرونيكر حول اكتشافات كانتور المثيرة.

القسم الأوّل : الاشتقاق

وفيه ثلاثة مقاطع هي:

تعاريف وخصائص عامّة،

قواعد حسابيّة،

مبرهنات أساسيّة.

القسم الثاني : النشور المحدودة

وفيه ثلاثة مقاطع هي:

النشر المحدود في جوار الصفر،

النشر المحدود في جوار نقطة x_0 (غير الصفر)،

النشر المعمّم في جوار الصفر.

القسم الثالث : تمارين

وفيه ثلاثة مقاطع:

تمارين محلولة،

حلول،

تمارين للبحث.

القسم الرابع: دليلان

دليل المصطلحات،

دليل الرياضيّاتيّين المذكورين.

دبّجنا الجانب الدرسيّ في هذا الكرّاس بسلاسة وبيان. أتينا بفقراته في تكامل وتناسق يعضد بعضها بعضا. جلبنا إليه ما رأيناه ضروريّا من التعاريف والمبرهنات والنتائج ونثرنا فيه من الأمثلة ما هو موضّح ومكمّل. ثُمّ عمدنا إلى سلسلة من التمارين قدّها واحدة وخمسون وحدة، تصدّينا لحلّها بحذق وإمعان.

غيّرنا ونوّعنا في الطرق والحيل ما استطعنا إلى ذلك سبيلا. ختمنا الكرّاس بلوحة من التمارين التدريبيّة والتقويميّة، يوسّع بها القارئ المستزيد أفقه ويختبر تحصيله ويفيض. لقد أكثرنا منها وكنّا فيها راشدين. يوفّر ذلك لكلّ واحد من الجمهور العريض المستهدف، بكافّة أصنافه المختلفة ومشاربه المتعّددة، أينما كان موقعه في الجامعات أو المدارس العليا بل وفي الثانويات، معينا يغرف منه بقدر رغبته وقدرته وتوجّهه.

من نافلة القول الإقرار بأنّه ليس لهذا المسعى من غاية سوى المساهمة في إثراء مكتبات جامعاتنا خدمة لروّادها. لذا أملنا كبير في أن يستهوي المبتدئين من الدارسين ويحظى برضا المحترفين من المدرّسين.

أخيرا، يكون حريّا بي أن أعلن أنّه، أيّا كان حرصي على تقديم هذه الدروس تامّة من كلّ ناقصة ونقيّة من كلّ شائبة ونائية عن كلّ عاذلة، فإنّ أعين القرّاء مدعوّة لتتبّع كلّ واردة مطمسة وتقفّي كلّ مبهمة منفّرة واصطياد كلّ شاردة مشوّهة ... فبالتفافهم حولها يصلح أمرها ويستقيم عودها، وتغدو بعد ذلك للمستخدمين الحائرين منارة وملاذا.

مرّاكش في 28 مارس 2012

محمّد حازي