

محمّد حازي

من دفاتر التحليل ...

للعادلات التفاضليّة العادياً

للسنتين الأولى والثانية

تقعيد نظريّ وتطبيقات

للسنة الأولى الجامعيّة بكلّ فروعها وتخصّصاتها

للمؤلف في ديوان المطبوعات الجامعية:

أ. في التأليف:

1. Espaces topologiques en particulier et espaces métriques en général.
2. المختصر في الطوبولوجيا.
3. Introduction aux espaces normés.
4. السبيل إلى الأعداد الحقيقية.
5. الفالج المقروض في الامتحانات والفروض، الجزء الأول.
6. الفالج المقروض في الامتحانات والفروض، الجزء الثاني.
7. S.E.M 300 par ses Examens, tome 1.
8. S.E.M 300 par ses Examens, tome 2.
9. Topologie: Au delà des travaux dirigés, tome 1: Visite guidée dans les espaces topologiques.
10. Topologie: Au delà des travaux dirigés, tome 2: Visite guidée dans les espaces métriques.
11. Topologie: Au delà des travaux dirigés, tome 3: Visite guidée dans les espaces normés.

12. مبادئ مفتاحية في مفاهيم طوبولوجية.
13. الدروس الوافية في الفضاءات المترية.
14. المقعد المجلي للتحليل الدالي.
15. من دفاتر التحليل: المتتاليات العددية.
16. من دفاتر التحليل: الدوال الحقيقية ذات متغير حقيقي: نهاياتها واستمرارها.
17. من دفاتر التحليل: الدوال الحقيقية ذات متغير حقيقي :
18. الاشتقاق والنشور المحدودة: تععيد نظري وتطبيقات.
19. من دفاتر التحليل: التكامل الريماني وحساب الدوال الأصلية: شق نظري وآخر تطبيقي.

ب. في الترجمة:

1. معادلات الفيزياء الرياضية (جزآن).
2. دروس في الطوبولوجيا.
3. سلاسل وتكاملات.
4. المصفوفات: دروس ومسائل.
5. مسائل وتمارين محلولة.
6. مدخل إلى الطوبولوجيا العامة.
7. دروس في الجبر الخطي.
8. الجبر الخطي.
9. الجبر I: تذكير بالدروس وتمارين محلولة.

## "أنشودة السبيل"<sup>1</sup>

صه خليلي واقطع القيل  
جاء الديوان<sup>2</sup> يزفّ السبيل  
هيا نلق الطالب نبشّره  
حقّ أن يفرح وينشر التهليل  
علاقات ومجموعات في الجبر عُدت  
تراص وترباط تملأ التحليل  
الطاء<sup>3</sup> والصاد<sup>4</sup> بالكاف<sup>5</sup> أُردفت  
جاءت لضيقها الحاء<sup>6</sup> إكليلا  
تمارينه نجوم يستنار بها  
يعمّر في كنفها النجاح طويلا  
قهرت خميس الرسوب فولّت  
فلوله القهقري خزيا ذليلا  
لما أيقن ألا سلطان على الطالب له  
علا صوته إلى السماء عويلا

- 
1. كلام شبه منظم قلته في الفاتح من نوفمبر 1999 بمناسبة صدور كتاب "السبيل إلى الأعداد الحقيقية" بدار ديوان المطبوعات الجامعية.
  2. ديوان المطبوعات الجامعية.
  3. مجموعة الأعداد الطبيعية.
  4. مجموعة الأعداد الصحيحة.
  5. مجموعة الأعداد الناطقة.
  6. مجموعة الأعداد الحقيقية.

الإهداء

إلى

زوجتي وأولادي  
الذين جلبت لهم كتي حرمانا مزدوجا:  
فلا هي تركت لي فراغا زمنيا فألهيهم  
ولا هي درت عليّ مالا فأغنيهم ...

## لسم الله الرحمن الرحيم

### 0 تصدير

« لها من قلبي السدس وممّا قد بقي الخمس

وثلث الكلّ يتبع وعشراه لها حبس

ومالي غير أربعة بقيت بهنّ أحتبس.»

ابن هيدور

### 1.0 كلمة لا بدّ منها

تمثّل الدروس المستعرضة عبر الدفاتر السبعة عصارة ما شاركت فيه خلال أعوام عديدة ضمن أطقم أشرفت على السنة الأولى في المدارس الوطنيّة العليا الأربع التالية:  
المدرسة العليا للأساتذة بالقبة القديمة؛  
المدرسة الوطنيّة للأشغال العموميّة بقاردي . القبة؛  
المدرسة الوطنيّة المتعدّدة التقنيات بالحراش؛  
المدرسة الوطنيّة للتخصّيز لدراسات المهندسين بروبية؛

إنّها وفاء بالوعد الذي قطعته على نفسي، خلال إعدادي كتابي "السبيل إلى الأعداد الحقيقيّة"<sup>↓</sup> بالعودة إلى وحدة تحليل السنة الأولى ووضع مرجع شامل يغطّيها . فهذا هو العمل في سبع مقطورات، يشكّل "السبيل" قاطرة لها.

أجدّد في هذه الفسحة المتاحة شكري لكلّ زميل عمل وقاسى معي الأمرين في خدمة طلبة السنة الأولى، وأحييه منحنيًا على ما بذله من جهد وأغدقه من عطاء وتحمّسه من صعاب وتحمله من عناء في سبيل ترويض المادّة وإنضاجها وإيصالها إلى المتلقّين نقيّة كاملة.

أكتفي بذكر رؤوس الفرق دون أن ينتقص ذلك مثقال ذرّة من دور كلّ الأعضاء الآخرين، وهم كثيرون. فلئن حال ضيق الإطار دون ذلك، فإنّ القلب أرحب ويسعهم على مدار السنين بشوق جامح يخنق الأنفاس وحين متجدّد لا يعرف الحدود ...

➤ الأستاذ شريف بوزيدي من المدرسة الوطنيّة للأشغال العموميّة بالقبة؛

➤ الأستاذ ابراهيم كاشة من المدرسة الوطنيّة المتعدّدة التقنيات بالحراش؛

↓ صدر بدار ديوان المطبوعات الجامعيّة 1999.

- الأستاذ مسعود جبارني من المدرسة الوطنية للتحضير لدراسات المهندسين بروبية؛
- الأستاذ إسماعيل اجبالي من المدرسة العليا للأساتذة بالقبة القديمة.

## 2.0 مدخل

هذه محطة أخرى من محطات مسارك الدراسي. إنها محطة المعادلات التفاضلية من الرتبين الأولى والثانية، بشقيها النظري والتطبيقي ...

لقد سبق وأن أركبناك من قبل في قطار من خمس مقطورات، لا شك أنها قدمت لك من المئونة ما وسع أفقك وأنار لك ما أظلم من دهاليز دراستك وأعانك على شق دربك في الفهم والتحصيل. تعتبر المعادلات التفاضلية الأداة الرئيسة المستخدمة من قبل العلماء لصياغة وقولبة نماذج رياضياتية لمظاهر واقعية. إنها بذلك تلعب دورا محوريا في استعمال الرياضيات لوصف العالم الذي يحيط بنا.

ظهر مفهوم المعادلة التفاضلية عند جمهور الرياضياتيين مع نهاية القرن السابع عشر. ويعتبر لينيوز<sup>7</sup> مبتكر الحساب التفاضلي والتكاملي في غضون عام 1686. لقد كان ذلك بالتزامن مع نيوتن<sup>8</sup>. كان يلجأ في تلك الفترة إلى المعادلات التفاضلية، سفير الرياضيات في العالم المعيش، عبر مشكلات ذات أصل ميكانيكي أو هندسي، كما هو الشأن في:

حركة النواس الدائري؛

حركة جسمين متجاذبين وفق قانون الجاذبية النيوتني؛

حركة أجسام "مطاطية" (النوابض، حبال مهتزة ...)

إلخ...

ما كاد القرن الثامن عشر أن يحل حتى وجد العديد من هذه المشكلات طريقه نحو الحل، إما بصفة كلية لبعضها أو جزئية بالنسبة للبعض الآخر. لقد رافق ذلك وضع طرق للحل، هي المتداولة إلى اليوم.

تطورت الأمور تدريجيا وشرع الرياضياتيون شيئا فشيئا في الاهتمام بأصناف أوسع من المعادلات التفاضلية. لعل من الملفت للانتباه أنّ صنف المعادلات التفاضلية الخطية ذات معاملات ثابتة بدون طرف، والتي تبدو اليوم الأبسط، تأخر

7. Gottfried Wilhelm Leibniz: رياضياتي ألماني. ولد بليزيف في 01 جويلية 1646 ومات بمانوفر في 14 نوفمبر 1717. اهتم بالمتتاليات والسلاسل. أسس بأعماله للحساب التفاضلي. يعود إليه الفضل في وضع رمز التكامل  $\int$  وكثير من الرموز الرياضياتية المتداولة اليوم.

8. Isaac Newton: أعظم علماء انجلترا على الإطلاق. ولد بولستورب في 04 جانفي 1642 ومات بلندن في 31 مارس 1727. اشتغل بالفيزياء والرياضيات والفلك. يعتبر بمعية لينيوز مؤسس الحساب التفاضلي والتكاملي.

حلّه إلى حدود العام 1739 على يد أمير الرياضياتيين أولر<sup>9</sup>. الأمر طبيعيّ إذا ما علمنا أنّ التعامل مع الدالة الأسّيّة، الأداة المحوريّة فيه، لم يكن مألوفاً في تلك الفترة ...

هيكل الدفتر الحالي وفق أربعة أقسام هي:

### القسم الأوّل : المعادلات التفاضليّة من الرتبة الأولى

وفيه ستّة مقاطع هي:

- تعاريف وخصائص عامّة،
- الصنف الأوّل: المعادلات التفاضليّة من الرتبة الأولى ذات متغيّرين منفصلين،
- الصنف الثاني: المعادلات التفاضليّة المتجانسة من الرتبة الأولى
- الصنف الثالث: المعادلات التفاضليّة الخطيّة من الرتبة الأولى،
- معادلات تفاضليّة يمكن ردّها إلى معادلات متجانسة،
- معادلات تفاضليّة خاصّة من الرتبة الأولى.

### القسم الثاني : المعادلات التفاضليّة من الرتبة الثانية

وفيه ثلاثة مقاطع هي:

- تعاريف وخصائص عامّة،
- حالات خاصّة،
- الجمل التفاضليّة من الرتبة الأولى.

### القسم الثالث : تمارين

وفيه ثلاثة مقاطع:

- تمارين محلولة،
- حلول،
- تمارين للبحث.

### القسم الرابع: دليلان

- دليل المصطلحات،
- دليل الرياضياتيين المذكورين.

---

9. Leonhard Euler : رياضياتي سويسريّ موهوب، ولد في 15 أبريل 1707 في بازل ومات في 18 سبتمبر 1783 بسانكتسبورف (روسيا). له تركة ضخمة في الرياضيات. أُعترف له بأنّه أغزر الرياضياتيين إنتاجاً لكلّ الأوقات. يرجع إليه الفضل في إدراج الرمز  $f(x)$  لدالة (1734) و  $e$  لأساس اللوغاريتم (1727) و  $i$  جذر -1 التربيعي (1777) و  $\pi$  للعدد بي (1755) وغيرها كثير...

دبّجنا الجانب الدرسيّ في هذا الدفتر بسلاسة وبيان. أتينا بفقراته في تكامل وتناسق، يعضد بعضها بعضا بعد فحص ومحص وامتحان.

جلبنا إليه ما رأيناه ضروريًا من التعاريف والمبرهنات والنتائج ونثرنا فيه من الأمثلة ما هو موضّح ومكّمّل. ثمّ عمدنا إلى سلسلة من التمارين قدّها أربع وعشرون وحدة، تصدّينا حلّها بحذق وإمعان. غيّرنا ونوّعنا في الطرق والحيل ما استطعنا إلى ذلك سبيلا. ختمنا الكرّاس بلوحة من التمارين التدريبيّة والتقويميّة، يوسّع بها القارئ المستزيد أفقه ويختبر تحصيله ويفيض. لقد أكثرنا منها وكنا فيها راشدين. يوقّر ذلك لكلّ واحد من الجمهور العريض المستهدف، بكافّة أصنافه المختلفة ومشاربه المتعدّدة، أينما كان موقعه في الجامعات أو المدارس العليا بل وفي الثانويات، معينا يغرف منه بقدر رغبته وقدرته وتوجّهه.

من نافلة القول الإقرار بأنّه ليس لهذا المسعى من غاية سوى المساهمة في إثراء مكتبات جامعاتنا خدمة لروّادها. لذا أملنا كبير في أن يستهوي المبتدئين من الدارسين ويحظى برضا المحترفين من المدرّسين. أخيرا، يكون حرّيّا بي أن أعلن أنّه، أيّا كان حرصي على تقديم هذه الدروس تامة من كلّ ناقصة ونقيّة من كلّ شائبة ونائية عن كلّ عاذلة، فإنّ أعين القراء مدعوّة لتتبّع كلّ واردة مطمسة وتقّي كلّ مبهمّة منقّرة واصطياد كلّ شاردة مشوّهة... فبالشفاهم حولها يصلح أمرها ويستقيم عودها، وتغدو بعد ذلك للمستخدمين الحائرين منارة وملاذا.

القبة في 28 أبريل 2012

محمد حازي