

مقدمة :

إنّ برنامج الجبر للسنة الثالثة هو تنمة لبرنامج الجبر للسنوات الأولى والثانية، وهو يتناول، بتعمق، دراسة مفاهيم جديدة لم تدرس في السنوات الأولى والثانية هذه المفاهيم متعلّقة بالزمرة، الحلقة وحلقة كثيرات الحدود بمعاملات في حلقة أو حقل. إنّ دراسة متتاليات التركيب والزمرة التحليلية له أهمية كبرى لعلاقته بحل المعادلات الجبرية في حقل الأعداد العقدية لأنّه قد تبين بعد جهود قرون عديدة أنّ [معادلة جبرية من الدرجة أكبر من أو تساوي 5 قابلة للحل بالتجزير مثل المعادلات من الدرجة 2، 3 و 4 إذا فقط إذا كانت الزمرة المرفقة بها (زمرة GALOIS المرفقة بهذه المعادلة) تحليلية] سوف تدرس أمثلة عن هذه المسألة في السنة الرابعة بعد دراسة توسيعات GALOIS وزمر GALOIS التي لا يمكن الاستغناء عن نظرية SYLOW في دراستها. نظرا لصعوبة المعادلات الديوفونسية وعدم وجود طرق نموذجية لحلها، اقترحنا نوعين من هذه المعادلات لنمكن الطالب من خلالهما التعرّف على هذا النوع من المسائل.

1. الحلقات

جاء عائلة كيفية منتهية وغير منتهية من الحلقات - المثاليات الأولية فيما بينها في حلقة واحدة وتبديلية على العموم وفي حلقة رئيسية على الخصوص مع تقديم أمثلة في الحلقة Z - جداء المثاليات الأولية فيما بينها - التذكير بنظرية التشاكل الأولى في الحلقات - برهان نظرية البواقي الصينية:

$$\text{حيث } I_1, I_2, \dots, I_n \text{ مثاليات أولية فيما بينها مثلي مثلي في حلقة}$$

$$\frac{A}{I_1 \cdot I_2 \cdots I_n} \cong \frac{A}{I_1} \times \frac{A}{I_2} \times \cdots \times \frac{A}{I_n}$$

واحدية وتبديلية A - التفكيك القانوني للحلقة $\frac{Z}{nZ}$ - تطبيق نظرية البواقي الصينية لحل جمل المعادلات

التوافقية في Z .

2. المعادلات الجبرية

مفهوم المعادلة الجبرية - حلّ، بطريقة CARDAN، في حقل الأعداد العقدية C المعادلات الجبرية من الدرجة الثالثة والرابعة.

3. الزمر

1.3. تأثير زمرة على مجموعة

تعريف تأثير زمرة على مجموعة - نواة تأثير زمرة على مجموعة - تعريف المدار والمثبت - العلاقة بين مدار عنصر ومثبته- التأثير بالتعدي - مجموعة العناصر الثابتة - معادلة الصفوف - بعض التطبيقات لتأثير زمرة على مجموعة.

تعريف الـ p -زمرة والـ p -زمرة جزئية، والـ p -سيلو زمرة جزئية - نظرية SYLOW وبرهانها -
تطبيقات على نظرية SYLOW لدراسة بعض الزمر المنتهية على العموم والتي رتبها أقل من أو تساوي 20
على الخصوص.

3.3. متتاليات التركيب

تعريف الزمرة البسيطة - البرهان على أن الزمر المتناوبة $A_n : n \geq 5$ بسيطة - الزمرة الجزئية الأعظمية
والزمرة الجزئية الناظمية الأعظمية والبرهان على وجود مثل هتين الزمرتين الجزئيتين في أي زمرة G وذلك
باستعمال بديهية - ZORN تعريف متتالية التركيب وطولها مع أمثلة من زمر مألوفة منتهية وغير منتهية -
تصفية متتالية تركيب - المتتاليات المتكافئة - برهان نظرية التشاكل الرابعة - نظرية SCHREIR.

4.3 برهان متتالية JORDAN-HOLDER

تعريف متتالية JORDAN-HOLDER - الإشارة مع التبرير بأمثلة أنه توجد زمر لا تشتمل على متتاليات
JORDAN-HOLDER مثل الزمر التبادلية الغير منتهية - نظرية JORDAN-HOLDER - تعريف طول
الزمرة - طول الـ p زمرة - طول الزمرة حاصل القسمة مع أمثلة.

5.3 الزمرة التحليلية

تعريف المبدلات وخواصها - تعريف الزمرة المشتقة ذات المرتبة $n \geq 1$ - دراسة كل خواص الزمرة المشتقة -
تعريف الزمرة التحليلية - الزمر الجزئية لزمرة تحليلية - الزمرة حاصل قسمة لزمرة تحليلية - البرهان على أن
الزمر التناظرية $S_n : n = 1,2,3,4$ تحليلية وأن الزمر التناظرية $S_n : n \geq 5$ ليست تحليلية - أمثلة أخرى عن
زمر تحليلية وأخرى ليست تحليلية - جداء زمر جزئية تحليلية - جداء زمر تحليلية - تعريف الزمرة الثنائية
 D_{2n} والبرهان أنها تحليلية - دراسة الزمر $D_{2n} : n = 2,3,4$ وإنشاء جداولها.

4. المعادلات الديوفونسية Diophantienne

حلول في مجموعة الأعداد الصحيحة Z المعادلات $ax + by = c : a, b, c \in Z$ ، $x^2 + y^2 = z^2$ ومعادلات
أخرى مشابهة لها.

أهم المراجع

1. JOSETTE CALAIS, Eléments de Théorie des Groupes, Puf Mathématiques.
2. ALAIN BOUVIER, Groupes: Observation, Théorie, Pratique, Actualités Scientifiques et Industrielles 1383, HERMANN.
3. CLAUDE MUTAFIAN, le Défi Algébrique, Tome 1 et Tome 2 , Librairie Vuibert, 63 bd Saint-Germain, 75005 Paris.
4. J. QUERRE, Cours d'Algèbre, Masson, 1976.
5. ALLAN CLARK, Elements of Abstract Algebra.
6. SERGE LANG, Algebra, Third Edition.
7. Les cours de SERGE LANG, Structures Algébriques, Inter Edition, Paris.
8. N. BOURBAKI, Eléments de Mathématiques, Algèbre, Chapitres de 1 à 3, Hermann.
9. N. BOURBAKI, Eléments de Mathématiques, Théorie de Ensembles, Hermann.