مصادرومحتوى وإسهامات الرياضيات العربية قبل القرن 6هـ/12م (3)
المصادر اليونانية (الهندسة)

وسيلة غرابة
مخبر الإبستمولوجيا وتاريخ الرياضيات، المدرسة العليا للأساتذة، القبة
أستاذة بقسم الرياضيات والإعلام الآلي، كلية العلوم، جامعة الدكتور يحيى فارس، المدية
o.gheraba@yahoo.fr

نستأنف في هذا الجزء من سلسلة مقالات "مصادر ومحتوى وإسهامات الرياضيات العربية قبل القرن السادس الهجري/الثاني عشر الميلادي" موضوعَ المصادر اليونانية. تحدّثنا في الجزء السابق عن مطلبين في الهندسة لبّتهما الهندسة اليونانية. نتناول في هذا المقال المطلبَ الثالث الذي أنتج ميادين خصبة للبحث في التقليد الرياضي العربي نظرًا لارتباط هذا المطلب بمفاهيم أساسية للهندسة النظرية وإنشاء الأعداد.

الهندسة- المطلب الثالث

كان هذا المطلب نتاجًا لترجمات أمهات الكتب النظرية للهندسة اليونانية. ولصعوبة محتواها استلزم دراسات وشروحات، ما سمح لاحقًا بتأليف عدة أعمال بين القرنين التاسع والحادي عشر الميلاديين، تعلّقت بعدّة ميادين.

1. الميدان الأول

الميدان الأول هو تطبيق معطيات أرخميدس (Archimedes) وكتاب أبولونيوس (Apollonios) في القطوع المخروطية لتحقيق نتائج جديدة مثل تحديد حجم الكرة ومجسمات القطوع [8].

من بين أولى الأعمال الأصيلة في هذا الميدان، كتاب **في معرفة الأشكال البسيطة والكُرِيَّة** لبني موسى (ق. 9م)، حيث أثبتوا قواعد حساب مساحات المثلث والمضلعات المنتظمة المحيطة والمحاطة بالدائرة. كما قاموا بحساب مساحة الدائرة باعتبارها شكلا مسطحا، ومساحة نصف الكرة بطريقة التقسيم اللامتناهي في الصغر وبتقسيم يختلف عن تقسيم أرخميدس. وقد نقل بنو موسى في هذا الكتاب كيفية حساب محيط الدائرة وبالتالي حساب القيمة التقريبية لما يُعرف الآن بالعدد π ونسبوها إلى أرشميدس [3].

اتّبع ثابت بن قرة (ت. 901م) تقليد بني موسى. ففي مؤلَّفيه **في مساحة القطع المكافئ** و**في مساحة المجسّم المكافئ**، ابتدع عملًا تجديديا بالكامل من خلال استخدام المقدمات الحسابية والمجاميع التكاملية، وكان فيهما يجهل ما كتبه أرخميدس في هذا الموضوع. وفي مؤلّفه **في قطوع الأسطوانة وبسيطها**، أخذ ثابت وسائل فعالة من دراسة مخروطات أبولونيوس ومن وسائل إسقاطات وتحويلات هندسية للحسن بن موسى (ق. 9م)، وخاصة ما تعلّق منها بالقطع الناقص، لتطوير وتوسيع مشروع إعداد نظرية الأسطوانة وقطوعها المستوية مشابهة لنظرية المخروط وقطوعه لأبولونيوس. فحوّل البحث الهندسي نحو وجهة جديدة ممَا أدّى إلى إغناء علم الجبر. وترك هذا المؤلَّف، مثلما فعل مؤلّفاه السابقان، أثرًا مهما في تاريخ الرياضيات اللامتناهية في الصغر، وهو التأثير الذي نراه في نتاج مؤلّفين لاحقين، من بينهم ابراهيم ابن سنان وابن سهل وابن الهيثم وشرف الدين الطوسي [3].

أما إبراهيم بن سنان (ت. 946م)، الوريث والناقد لأعمال جدّه ثابت بن قرة، فقد طوّر دراسة التحويلات الهندسية وتطبيقاتها في القطوع المخروطية، وفي حساب مساحة قِطع من القطع المكافئ، حيث استخدم برهانا من دون الخلف وأكثر سهولة من برهان جده ثابت. لقد قدّم ابن سنان مواضيع اجتذبت رياضيي عصره وخلفائهم، كابن الهيثم الذي أتى بعده بنصف قرن. ولا يمكن فهم العديد من أعمال ابن الهيثم دون أبحاث ابن سنان [3].

في استمرارية للتقاليد السابقة التي بدأها بنو موسى، يقوم ابن الهيثم (ت. بعد 1040م) بحساب حجم المجسّم المكافئ الدوراني بطريقة الاستنفاد بشكل مختلف. فقد أثبت أنّ حجم المجسم المكافئ الدوراني الحادث عن دوران حول قطر يساوي نصف حجم الأسطوانة المحيطة باستخدام مجموع قوى الأعداد الطبيعية من القوة واحد إلى القوة أربعة. ويثبت هذا الحساب بالاستقراء، مع ملاحظة أنه يمكن تعميم القوة إلى أي عدد طبيعي. وبنفس الطريقة السابقة يثبت أنّ حجم الكرة يساوي ثلثي حجم الأسطوانة المحيطة التي تكون قاعدتها مساوية للقرص الأكبر في الكرة ويكون ارتفاعها مساويا لقطر الكرة. ويبرر إعادة إثباته هذه النتيجة المعلومة عند سابقيه بأنه أراد أن يكون برهانه أقصر وأوضح منهم [4].

لم يكن تقليد بني موسى متّبعا فقط في الشرق الإسلامي وإنما في الأندلس أيضا، وهذا من خلال ابن السَّمْح (ت. 1035م) المعاصر لابن الهيثم، ويظهر في مؤلفه **الكتاب الكبير في الهندسة**، المفقود في صيغته العربية والمترجم جزءٌ منه إلى العبرية. الجزء الخاص بمسألة الأسطوانة والقطوع الناقصة وصل كاملًا، ويعالج نفس الموضوع المدروس من قِبل الحسن بن موسى بن شاكر، ثم من قِبل ثابت بن قرة في كتابه **في قطوع الأسطوانة** والخاص بإيجاد مساحة قطوع الأسطوانة وخاصيتها المميزة. استند ابن السمح في عمله إلى كتاب الحسن، ويكمن اختلاف عمله عن عمل ثابت بن قرة في المصطلحات وطريقة إثبات الخاصية المميزة للقطع؛ حيث ينطلق ابن السمح من التعريف الذي يستند على البؤرتين ليثبت الشكل الذي يحصل عليه بالقطع المستوي للأسطوانة. أما ثابت بن قرة فيستند على إعداد نظرية خاصة بالأسطوانة وقطوعها مستندًا على كتاب أبولونيوس. ويبيّن ابن السمح أنّ نسبة مساحة القطع الناقص إلى مساحة الدائرة ذات القطر $2b$ تساوي $\frac{b}{a}$ (حيث $2b$، $2a$ طولا محوري القطع الناقص مع $a > b$). وكان الحسن بن موسى قد قام بتحديد هذه المساحة وفقًا لأقوال ثابت بن قرة [3].

العالِم الثاني من الغرب الإسلامي، والذي كانت له اهتمامات بأعمال اليونانيين وبأعمال بني موسى وأعمال ابن الهيثم في البصريات المتعلقة أساسًا بالقطوع من التقليد الرياضي العربي، هو المؤتمن بن هود (ت. 1085م). انخرط المؤتمن في مشروع طموح، وهو تحقيق نوع من تركيب للقضايا التي لا غنى عنها للمعارف الرياضية اليونانية والعربية المستخدمة في تلك الحقبة. فألّف كتابًا بعنوان **كتاب الاستكمال**، عالج فيه أهم مواضيع الرياضيات اليونانية متدرجًا في الصعوبة من كتاب الأصول إلى بعض المبرهنات من كتاب **المجسطي** وبعض المسائل التي تم حلها في الشرق بين القرن التاسع وبداية القرن العاشر الميلادي [9].

درس المؤتمن حساب حجم الكرة للإخوة بني موسى وتحديد مساحة جزء من القطع المكافئ بطريقة إبراهيم بن سنان. كما درس الحل الدقيق والطويل والصعب من المسألة الشهيرة من كتاب البصريات لابن الهيثم، وهي تحديد نقطة (نقاط) الانعكاس على مرآة مستوية كروية أو مخروطية أو أسطوانية (محدبة أو مقعرة) لشعاع ضوئي يأتي من مصدر معين وينتهي عند نقطة معينة أيضا خارج المرآة [9]. يذكر ابن الأكفاني (ت. 1348م) في كتابه **إرشاد الطالب إلى أسنى المقاصد**، أنّ المواضيع التي تدرسها الهندسة في وقته هي عشرة أجزاء ثم يقول "لم أر إلى الآن كتابا يشتمل على هذه الأجزاء العشرة، لكن لو كمل تصنيف **الاستكمال** للمؤتمن بن هود رحمه الله لكان كافيا مغنيا" [1].

العالِم الثالث من الغرب الإسلامي، والذي كان له مشروع فيما يتعلق بالمخروطات، هو ابن سيد (ق. 11م). وهو من أعظم علماء الرياضيات في القرن الحادي عشر في الغرب الإسلامي، وربما أكثرهم ابتكارًا في جيله. أهم مشاريعه ظل غير مكتمل مثل مشروع المؤتمن بن هود الذي لم يكمل الجزء الثاني من كتاب **الاستكمال**. يذكر تلميذُه، الفيلسوفُ الشهير

ابن باجة (ت. 1138م)، مساهماته الأصيلة والمتمثلة في صياغة جديدة لكتاب **المخروطات** لأبولونيوس، حيث أعطى ابن سيد مفاهيم وتعريفات جديدة مكّنت من تقليل عدد المبرهنات وتغيير ترتيبها [9]. هذه المساهمات الأصيلة لا تقل أهمية عن أعمال كبار الرياضياتيين من قامة ابن الهيثم والكوهي وابراهيم بن سنان، الذين كانت مساهماتهم مثل ابن سيد، تدور حول فكرة تقليل عدد المبرهنات والمقدمات الحسابية الكثيرة المستخدمة في حساب مساحات القطوع والتي نجدها مثلا عند ثابت بن قرة في أعماله.

2. الميدان الثاني

الميدان الثاني هو تمديد مفهوم العدد مع تعداد المقدار الموجود في الكتاب العاشر واستخدام مفهوم النسبة في الكتاب الخامس من كتاب **الأصول**. في الكتاب العاشر درس أوقليدس نسبة المقادير من نوع هندسي، وهي المعروفة بالأعداد المنشأة بالمسطرة والبركار، والتي عُرفت لاحقا بالأعداد غير الناطقة، وهي الجذر التربيعي والجذر من الدرجة الرابعة لعدد معطى، إلخ. والكتاب الخامس خُصّص لنسبة مقدارين كيفيين قابلين للقياس، وهي الكسور الناطقة؛ أو غير قابلين للقياس، ومنها مسائل تتعلّق بما يعرف حاليا بالعدد π [10].

تتعلّق هذه النسب في الكتابين الخامس والسادس، بعدّة مسائل منها مسألة الوسطين، وهي مسألة تناسبية كان من ضمنها مسألة تضعيف المكعب. كانت أُولى المحاولات في كتاب بني موسى **في معرفة الأشكال البسيطة والكرّية**. قدّم بنو موسى في هذا الكتاب وصفًا لطريقة استخراج الجذور التكعيبية للأعداد المكتوبة في النظام الستيني. وتطرّقوا بالإضافة إلى ذلك إلى مسألة تثليث الزاوية في نهاية الكتاب، واقترحوا حلّين أحدهما منسوب إلى أرخيتاس (Archytas) وذلك بتقاطع ثلاث مجسمات دورانية مختلفة، أما الحل الآخر فيدخل في التقليد الأرخميدي [7].

تصبّ هذه المسائل في حل معادلات من الدرجة الثالثة، وحلّها الهندسي هو تقاطع القطوع والمجسمات المخروطية. كان الجبريون قد بدأوا منذ نهاية القرن التاسع الميلادي بصياغة المسائل الهندسية بلغة الجبر (ثابت بن قرة والماهاني وآخرون). ثم ظهرت فكرة في منتصف القرن العاشر حول حل معادلات الدرجة الثالثة بواسطة تقاطع مخروطين [5].

فكرة حلول المعادلات بواسطة تقاطع الخطوط لم تحتل، قبل القرنين التاسع والعاشر الميلاديين، مكانًا مركزيًا إلى الحد الذي وصلت إليه خلال هذه الفترة. لا يتعلق الأمر فقط بخواص هذه المنحنيات بل أيضا بقابلية تطبيقها على ميادين لم يتنبأ بها الرياضيون الأوائل مثل أرخميدس وأبولونيوس. وأصبح استخدام تقاطع القطوع المخروطية وحدها دون غيرها تقريبا لحل مسائل مثل تثليث الزاوية، وقاعدة الوسطين، وتضعيف المكعب. وبات استخدام طرائق أخرى يبدو كصدى لذكرى بني موسى القديمة ولدى البيروني فيما بعد. فقد أصبح كل عمل هندسي شرعيًا إذا حصل بالمسطرة والبركار أو إذا حصل بواسطة تقاطع قطعين مخروطيين، في حين أنّ العمل الهندسي بواسطة آلة أو بواسطة المنحنيات المتسامية أصبح مرفوضا مع وجود استثناءات نادرة [5].

عرف الرياضيون الأوائل أنّ معادلات الدرجة الثالثة لا يمكن حلها بواسطة الهندسة المستوية. وقد ذكر عمر الخيام (ت. 1131م) أنّ "المسائل التي لا يمكن أن تستنبط بالهندسة المسطحة لمكان المكعب فيها يحتاج فيها إلى القطوع" [6].

من الأوائل الذين استخدموا المزدوجة هندسية جبرية ومنهم من نجح ومنهم من استعصت عليه، يذكر عمر الخيام ما يلي: "... في حل مسألة من الدرجة الثالثة أعجزت أبا سهل الكوهي وأبا الوفا البوزجاني وأبا حامد الصاغاني وجماعة من أصحابهم، وهي عشرة قسمتها قسمين فكان مجموع مربعيهما مع الخارج من قسمة الكثير على القليل اثنين وسبعين عددا، وكان يؤدي التحليل إلى أموال يعادل مكعبا وجذورًا وأعدادًا، وهؤلاء الأفاضل كانوا متحيرين في هذه المسألة

مدة مديدة حتى استخرجها أبو الجود". ويذكر الخيام أنّ "الماهاني المهندس أثناء قيامه بحل مقدمة أرشميدس التي اتخذها أرخميدس مسلمة في الشكل الرابع من المقالة الثانية من كتابه **الكرة والأسطوانة**، وهي المتعلقة بقسمة الكرة بسطح مستو على نسبة معلومة، استخدم لغة الجبريين للتسهيل فأدى التحليل إلى أعداد وأموال وكعاب متعادلة، ولم يمكنه أن يستخرجه بقطوع المخروطات، فجزم القول إنّ هذا ممتنع. ثم نبغ أبو جعفر الخازن وتنبّه إلى طريقة وأتى به في رسالة" [6].

فالخازن وأبو الجود من أوائل من نجحوا في استخدام القطوع المخروطية لحل معادلة من الدرجة الثالثة. وأدّى ذلك إلى ميدان خاص لوحده يتعلق بحصر الطرائق المستخدمة بتقاطع القطوع المخروطية، قد جرى أولا من خلال الفكر الهلنستي تقريبا ثم ما لبث أن توسع. والمثال الأكثر تعبيرا في هذا الخصوص المسبَّع المتساوي الأضلاع؛ فبينما لم يترك اليونانيون أي عمل للمسبَّع، شهدت نهاية القرن العاشر الميلادي جدلًا حقيقيا داخل الأسرة الرياضية أدّى إلى ظهور ما لا يقل عن اثنتي عشرة رسالة مكرسة لهذا الموضوع [5].

مسألة المسبَّع مبنية على مقدمة أرخميدس، وهي قسمة خط على نسبة معيّنة مساوية لنسبة مربعي خطين. وقد وعد أرخميدس بحلّها ولكنه لم يف بذلك. إنّ الحل الذي حدد للمعادلة التي قُدّمت من قِبل أرخميدس في الحالة العامة هو أصم ويخرج من نطاق نظرية الأعداد؛ وهكذا فهو يتعلّق بالجبر أو الهندسة الذي كان متداولا في ذلك العصر [5].

عمل الرياضياتيون، لأجل عمل المسبَّع، على إيجاد مثلث محاط بدائرة حيث تكون زواياه محقّقة لنسبة معينة (يكون مجموعها في كل حالة سبعة). ولقد صيغت مسألة قسمة خط أرخميدس التي أعاد الرياضياتيون البحث فيها بدءًا من نهاية القرن التاسع، على شكل معادلة من الدرجة الثالثة، وقد حُلّت بواسطة تقاطع قطعين مخروطيين. كان لابن الهيثم باعٌ كبير في حلّ مسألة المسبَّع بطريق هندسية مختلفة بحيث لم يستخدم الجبر لحلها، وهو ما يميّز ابن الهيثم عن أسلافه بشكل عام بِغضّ النظر عن هذه المسالة. يتميز ابن الهيثم بمنهجية البحث عن حلول مسائل الأعمال الهندسية باستخدام القطوع المخروطية، الذي أصبح بواسطة ابن الهيثم فصلا كاملا في الهندسة. يدرس ابن الهيثم في إطار هذا الفصل الجديد بعناية بشكل عام وجود الحلول وعددها وفقًا لنظرية في التركيب وفي التحليل ترتكز على خواص الخطوط المقاربة والخواص الموضعية للقطوع المخروطية المتعلقة بشكل خاص بنقاط تماسها [5].

الحل الذي يقدّمه ابن الهيثم لمسألة المسبَّع هو عدّ كل الحالات الممكنة لكل المثلثات التي يمكن تشكيلها مع أضلاع وخطوط قطرية، ومنها الحالة التي تؤدي إلى قسمة خط أرخميدس التي تشكل المسبَّع، ثم يدرسها كلها. ولم يُخفَ عليه أنّ مسألة عمل المسبَّع المتساوي الأضلاع تعادل في حالتين منه مسألة تثليث الزاوية. وفي النتيجة ترجع دراسته بالرغم من الاختلاف الظاهر إلى حل ثلاث معادلات من الدرجة الثالثة. يعادل الحل الهندسي لابن الهيثم بتحديد نقط تقاطع القطع المكافئ مع قطع زائد، وهو الحل الجبري لمعادلات الخيام الـ 13، 18، 24 في تصنيفه للمعادلات [5].

في الغرب الإسلامي تظهر المساهمات الأصيلة لابن سيد في مجال دراسة المنحنيات، وفي استمرارية لمشروعه الخاص بالمخروطات. كان مشروعه الثاني أكثر طموحًا، ويتعلق بتعريف ودراسة خصائص منحنيات مستوية جديدة، التي ستصبح فيما بعد في أوروبا جزءًا من دراسة منحنيات درجتها أكبر من 2. يذكر تلميذُه ابن باجة أنّ الفئة الأولى من هذه المنحنيات يتم الحصول عليها عن طريق إسقاط منحنيات معينة ناتجة عن تقاطع الأشكال المجسّمة أساسها قطوع مخروطية. ثم ومن المنحنيات المستوية التي تم الحصول عليها، ومن خلال تكرار هذه العملية، يحصل على منحنيات جديدة بدرجة أعلى. بعدها وبفضل هذه المنحنيات، تمكّن ابن سيد من استخراج نتائج جديدة فيما يتعلق بتعدد تنصيف الزاوية وتحديد عدد كيفي من الوسائط بين مقدارين معينين. هذه النتائج الأخيرة عممت كل من النتائج الخاصة بالتقليد اليوناني والخاصة بالتقليد الرياضي في الشرق الإسلامي [9].

هذا العمل هو في الحقيقة ما قام به ديكارت (Descartes) في أهم أعماله حيث يقول: "...يكون المنحنى من النوع الأول والأبسط الذي لا يضم إلا الدائرة والقطع المكافئ والقطع الزائد والقطع الناقص. ولكن هذا المنحنى يكون من النوع

الثاني عندما ترتفع المعادلة إلى البعدين الثالث أو الرابع من هاتين الكميتين غير المحددتين أو من أي واحد منهما، ... وعندما ترتفع المعادلة إلى البعدين الخامس أو السادس يكون المنحنى من النوع الثالث، وهكذا إلى ما لانهاية" [2].

3. الميدان الثالث

أما الميدان الثالث فهو دراسة بعض المسائل المرتبطة بأسس الهندسة، مثل مفهوم النسبة بين مقدارين ومسلمة التوازي. هذان الموضوعان غذّيا عدة مساهمات أصيلة، كان ذلك من خلال التحديد النقدي لتحديدات أوقليدس ولموضوعاته ولأسس كتابه **الأصول**. فقد وسّع العرب نظرية عامة تتعلق بالكسور والتناسبات حلّت محلّ النظرية التي ذكرت في الكتاب الخامس من **الأصول** [7]. فهذا الكتاب خُصص لنسبة مقدارين كيفيين قابلين للقياس، وهو الذي تكون فيه النسبة بين عددين طبيعيين أو كسرين أي جزءين، أو غير قابلين للقياس. وفي هذه الفئة الثانية نجد النسبة الشهيرة بين محيط الدائرة وقطرها، أي العدد π. ويوجد أيضا كل الأعداد التي لا يمكن كتابتها على شكل كسر مضبوط، والتي عرفت فيما بعد بالأعداد الحقيقية الموجبة [10].

اهتم العديد من علماء العصور القديمة والوسطى بشكل خاص بالمصادرة الخامسة. تكمن أهمية المصادرة الخامسة أو أي نص مكافئ في كونها ضرورية لبرهنة عدد من القضايا التي تتعلق بالمثلثات الموجودة في الكتاب الأول من **الأصول**، مثل مبرهنة فيثاغورس (Pythagoras) التي تتوّج الكتاب الأول. لهذا السبب تبدو المصادرة الخامسة إلزامية لكل نظرية التشابه المشروحة في الكتاب السادس من **الأصول** [7].

في الشرق الإسلامي، يبدو أنّ عباس الجوهري (ق. 9م) وكان معاصرًا للخوارزمي، هو أول من سجّل مأخذًا على المصادرة الخامسة، ولكن الافتراض الذي استخدمه يكافئ المصادرة. بعد هذه المحاولة للجوهري بسنوات، اقترح ثابت بن قرة برهانين، الأول يرتكز على افتراض تعاكس اتجاه تباعد وتقارب الخطين المقطوعين بخط ثالث؛ أما الثاني فيرتكز على استخدام الحركة البسيطة، وهي انسحاب على امتداد خط مستقيم ما. يعطي ابن الهيثم فيما بعد استنتاجًا مبتكرًا للمصادرة الخامسة في كتابه **شرح مصادرات أوقليدس**، يتبنى فيه مفهوم الحركة البسيطة التي ارتكز عليها ثابت بن قرة. ويكمن تجديده في إدخال مضلع رباعي فيه ثلاث زوايا قائمة والزاوية الرابعة منفرجة أو حادة. اندفع البيروني (973-1048م) أيضا في نظرية الخطوط المتوازية. وفي مؤلفه الذي يحتوي على استدلال يعقوب الكندي (ت. 873م)، ارتكز على إمكانية تجزئة الكميات إلى مالانهاية. وبقيت هذه المصادرة تشغل بال الرياضياتيين في القرون اللاحقة [7].

المراجع

[1] ابن الأكفاني، شمس الدين، إرشاد الطالب إلى أسنى المقاصد، ت. أ. ب. ح. و. م. سليم الآمدي، المحرر، بيروت، 1322هـ.

[2] راشد، رشدي، بيجان، وهاب زاده، رياضيات عمر الخيام، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، 2005.

[3] راشد، رشدي، الرياضيات التحليلية بين القرن الثالث والقرن الخامس للهجرة، ، ج. 1، المؤسسون والشارحون: بنو موسى، ابن قرة، ابن سنان، الخازن، القوهي، ابن السمح، ابن هود، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، 2011.

[4] راشد، رشدي، الرياضيات التحليلية بين القرن الثالث والقرن الخامس للهجرة، ج. 2، الحسن بن الهيثم، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، 2011.

[5] راشد، رشدي، الرياضيات التحليلية بين القرن الثالث والقرن الخامس للهجرة، ج. 3، الحسن بن الهيثم: نظرية المخروطات، الأعمال الهندسية والهندسة العملية، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، 2011.

[6] رحيم رضا زاده ملك، موسوعة الخيام: رسائله العلمية والفلسفية والأدبية، ترجمة جلال زنكابادي، منشورات أرجوان –دار التكوين، دبي، 2013.

[7] روزنفيلد، بوريس أ.، و يوشكفيتش، أدولف ب.، الهندسة، في موسوعة تاريخ العلوم العربية، ج. 2، إشراف رشدي راشد بمعاونة ريجيس مورلون، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، 2005.

[8] Djebbar, Ahmed, Les mathématiques arabes et leur circulation dans l'Occident latin, In The difusion of the Islamic Sciences in the Western World, Firenze, 2020.

[9] Djebbar, Ahmed, Les mathématiques dans l'espace méditerranéen : l'exemple d'al-Andalus et du Maghreb, History and Pedagogy of Mathematics, Jul 2016.

[10] Djebbar, Ahmed, Les nombres et leurs propriétés en pays d'Islam, chez Encyclopédie de l'Islam Iranienne, 2020.

عينة من الترجمة العربية لكتاب "أصول أقليدس" الذي عرف أيضا بـ"كتاب الأركان".
يبدو أن الأمر يتعلق هنا بترجمة أنجزها إسحاق بن حنين بعد مراجعة ثابت بن قرة.