عرض كتاب

كتاب التو افقيات: جولة إرشادية

Combinatorics: A guide Tour

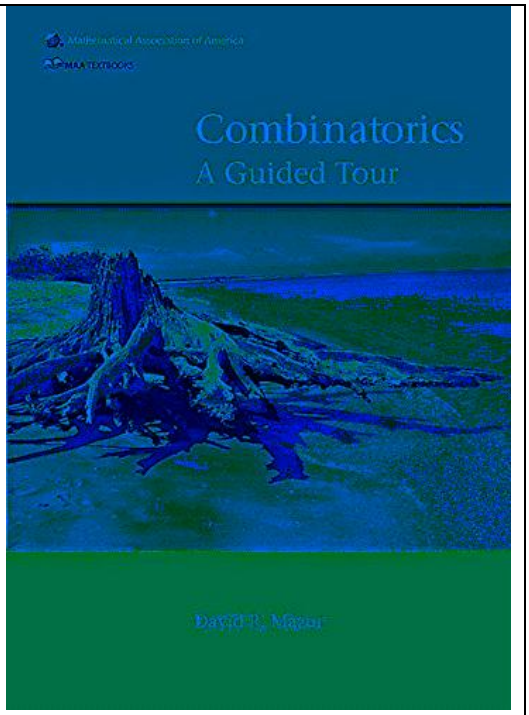
تأليف: ديفيد ر. مازور David R. Mazur

ترجمة: ميرفت سلمان

عرض: أبو بكر خالد سعد الله

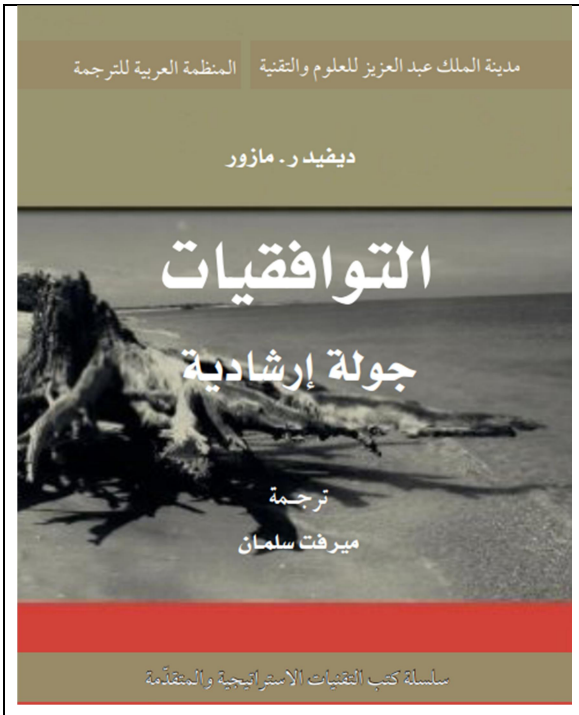
أستاذ بقسم الرياضيات، المدرسة العليا للأساتذة، القبة

khaled.sadallah@g.ens-kouba.dz



David R. Mazur : Combinatorics, A guide Tour,

Mathematical Association of America, Washington, 2010, 410p.



ديفيد ر. مازور: التوافقيات، جولة إرشادية

ترجمة: ميرفت سلمان، مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية (بالتعاون مع المنظمة العربية للترجمة)، الرياض، 2016، 937 صفحة.

1. المؤلف

ديفيد ر. مازور أستاذ للرياضيات في كلية ويسترن نيو إنغلاند Western New England College في سبرينجفيلد Springfield، ماساتشوستس Massachusetts الأمريكية. ولد عام 1971 في واشنطن، وحصل على شهادة الدكتوراه عام 1999 حول بحوث العمليات، وبرمجة الأعداد الصحيحة، والتوافقيات متعددة السطوح. وفازت أطروحته بالجائزة الأولى في مسابقة تقام مرة كل عامين للتعرف على الأطروحات المتميزة في مجال اختصاصه.

في عام 2016، قامت مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية (الرياض) بترجمة هذا الكتاب إلى اللغة العربية ضمن سلسلة "كتب التقنيات الاستراتيجية والمتقدمة"، وتعاونت في ذلك مع المنظمة العربية للترجمة (بيروت). وقد ترجمته إلى العربية الأستاذة ميرفت سلمان، وراجعه الأستاذان هيثم الناهي وحسن الشريف.

2. ما هي التو افقيات؟

يدرس تلاميذنا التوافيق (التوفيقات) في المرحلة الثانوية عندما يريدون مثلا تحديد عدد الحالات الممكنة، كمعرفة عدد المجموعات المكونة من 5 أشخاص منتسبين لمجموعة مكونة من 30 شخصا. لكن مسائل العد والتعداد أصبحت الآن أكثر تعقيدا. وكمثال على المسائل المطروحة اليوم نقدم المثال التالي :

نعلم أن هناك عددا كبيرا من الأقمار الصناعية قد وضعت في مدارات حول الأرض، وترسل على مدار الساعة رسائل مختلفة؛ وتقوم إلى جانب ذلك بمهام تقنية متنوعة. ولذا صار من المهم التأكد من صدق المعلومات التي تأتي بها تلك الرسائل. كيف يمكن عدّ تلك الرسائل التي تحتوي على معلومات خاطئة؟ سنعود إلى هذه المسألة. والواقع أن هذا النوع من المسائل صار اليوم موجودا في العديد من المجالات. وإذا اقتصرنا على الرياضيات وحدها فإننا نجدها في الجبر ونظرية الاحتمالات والهندسة والطبولوجيا والإحصاء. كما نجدها في حقول أخرى كالفيزياء وعلم الحاسوب.

دعنا نؤكد أن "التوافقيات" حقل من حقول الرياضيات، ويمكن أن نسميها "رياضيات العدّ". وإذا ما أردنا التدقيق أكثر قلنا إنها رياضيات تعداد الأشياء ووجودها وإنشائها وتحديد أفضلها. لقد تداخلت التوافقيات في الوقت الحاضر مع الرياضيات الحديثة. في الماضي القريب، كان ينظر إليها كمجموعة من الأدوات المفيدة التي تؤدي دورا متفاوت الأهمية في حقول معرفية أخرى. والآن تجسدت التوافقيات في إطار متماسك وصارت فرعا رياضيا قائما بذاته.

يقع الكتاب الذي بين أيدينا في 8 فصول تغطي أبرز ما يتطرق إليه الحساب التوافيقي: فيبدأ بتقديم مبادئ هذا النوع من الحساب، ثم ينتقل إلى مفهوم ما يسمى بالتوزيعات. وحتى يتمكن الكاتب من تقديم المزيد من المفاهيم اضطر إلى التذكير بالأدوات الجبرية الكفيلة بدراسة التوافيق. كما استعرض مجموعات الأعداد الشهيرة. وتبعها بالحديث عن المجموعات المرتبة جزئيا. وكان المؤلف قد قدم قوائم من التمارين فضّل أن يشير إلى حلول بعضها باقتضاب في آخر الكتاب. وكعادة مؤلفي الكتب الأكاديمية ينتهي الكتاب بثبْت للتعاريف وثبْت آخر للمصطلحات.

يؤكد الكاتب على القارئ أهمية البحث في التمارين المطروحة في هذا الكتاب المرجع. وقد بلغ عدد التمارين والأسئلة فيه 350 وحدة موزعة بين الفصول الثمانية. وقارن الكاتب وضعية القارئ الذي لا يتدرب على حل التمارين بذلك الذي يسعى ويجتهد في حلها قائلا إن "قراءة كتاب رياضيات دون ممارسة بالورقة والقلم تشبه البقاء في فندق والاستمتاع بالمناظر الخارجية من خلال النافذة. بينما تكمن المتعة الأكبر في مغادرة الفندق والتجوّل سيرًا على الأقدام". ولذا يوصي الكاتب القارئَ بأن يحتفظ فوق طاولته بقلم وورقة خلال مطالعة الكتاب حتى يكون جاهزا للتفكير في كل سؤال يُطرح عليه في النص الذي هو بصدد قراءته.

يقدم صاحب الكتاب مؤلفه على أنه "رحلة في تعريف التوافقيات" يمكن أن يستغلها طالب خلال فصل دراسي أو في دراسة مستقلة وذاتية. وأشار إلى أنه ركّز على الدراسات الاستقصائية حول تطور التوافقيات أثناء العقد الأول من القرن الحادي والعشرين.

3. محاور الكتاب

يمكن تقسيم هذه المحاور إلى أربعة، هي :

أ) المحور الأول : **العَدّ**. يتمثل هذا الموضوع عموما في طرح السؤال التالي : "كم عدد كذا...؟".

ومن هنا تبدأ رحلة الكتاب. فالعدّ هو تحديد العدد الدقيق لمجموعة من الأشياء إجابة عن السؤال "كم". وفي أغلب الأحيان تكون أسئلة العدّ جذابة لأنها تَظهر في جل الوضعيات التي نعيشها. وتساعد الإجابات عنها على تنمية مهارات حل المسائل.

وفي هذا المحور يقدم المؤلف مثالا حول لعبة السُودوكو الآسوية، الشبيهة بالكلمات المتقاطعة، التي تستعمل جدولا من 9 أسطر و 9 أعمدة يُطلب ملؤها وفق شروط معينة. فعندما يطرح السؤال: كم عدد لوحات السودوكو بـ 9 أسطر و9 أعمدة لا يكون الجواب سهلا رغم أنه معلوم بدقة.

فالتعبير عن هذا الجواب بدقة، أي بتوضيح محتوى كل لوحة، سيتطلب إظهار عدد من الألواح يساوي بالتقريب 6 مضروبة في 10 ملايين ثم في 10 ملايين ثم في 10 ملايين (3 مرات). ولهذا لا نستطيع كتابة قائمة مفصلة بكل هذه الاحتمالات لضخامة عددها.

هل يتصوّر القارئ أن كتابة ذلك بالحاسوب سيستغرق مدة تزيد عن 20 ألف سنة. وهل يمكن أن نتصور أن طباعة كل لوحة من هذه الألواح في قطعة ورق مربعة طول ضلعها 1 متر سيتطلب كمية من الورق يكفي لتغطية كوكب المشتري 625 مرة؟ !

كعينة من الأسئلة البسيطة من مسائل العدّ التي يطرحها الكاتب على القارئ، نقدم هذا التمرين: "أجرت أستاذة جامعية امتحانا طلبت فيه من الطلاب الإجابة عن أي خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة مطروحة. بكم طريقة يمكن للطلاب اختيار الأسئلة؟"

إليك مثالا آخر من نفس القبيل: "تتكون مجموعة من 7 أشخاص، كل شخص عنده على الأقل 3 أصدقاء من أعضاء تلك المجموعة". إذا كان ثمة شخصان غير صديقين، فهل سيكون لديهما صديق مشترك في نفس المجموعة؟ ويوضح التمرين المقصود هنا بلفظ "الصديق المشترك" فيقول: إذا كان زيد وعمرو يعرفان عبد الرحمن فإن عبد الرحمن صديق مشترك لكل من زيد وعمرو. نلاحظ أن من عادة المؤلف أنه يطرح مثل هذه الأسئلة التي تبدو بسيطة للقارئ، ثم يعقدها خطوة خطوة في عديد الصفحات حتى يستنتج منها قاعدة حسابية عامة.

نشير إلى أن "مثلث باسكال" معروف في الرياضيات بأنه يوفّر طريقة لحساب كميات تسمى "معاملات" تَظهر في عديد الصيغ الرياضية، لا سيما في التوافقيات. وبهذا الصدد يقول الكاتب: "لقد تم التعرف بشكل جيد على هذا المثلث والعديد من خصائصه قبل مجيء العالم باسكال من قِبل رياضيين من آسيا والشرق الأوسط وشمال إفريقيا وجنوب أوروبا في مطلع العام 1000م". ثم يحيل القارئ إلى مقالة كتبها مؤرخ الرياضيات الأمريكي الشهير فكتور كاتز حول هذا الموضوع عام 1996.

وهؤلاء الذين سبقوا الفرنسي بليز باسكال في التوصل إلى هذا المثلث هم بوجه خاص أبو بكر محمد بن الحسن الكرجي، المتوفى عام 429هـ/1020م، الذي ورد في كتاباته هذا المثلث. نلاحظ بخصوص اسم هذا العالم أنه يسميه البعض الكرْخي بدل الكرَجي... ولذا لا يُعلم ما إذا كان أصله من "كرج" في بلاد فارس أو "الكرخ" في العراق.

نلاحظ أيضا أن باسكال عاش في القرن السابع عشر الميلادي، أي أزيد من 6 قرون بعد الكرجي. كما استعمل المثلث المذكور أيضا السموال المغربي الذي عاش في بغداد، ثم مراغة في القرن الثاني عشر الميلادي. وورد المثلث كذلك في كتابات ابن منعم العبدري الذي عاش خلال القرن الثالث عشر الميلادي في شمال إفريقيا. أما في الصين فاستعمل المثلث خلال القرن الثالث عشر من قِبل بيونغ هوي. وفي أوروبا استعمل المثلث العالم الإيطالي طارطاليا خلال القرن الخامس عشر الميلادي قبل باسكال.

ب) المحور الثاني: ركز هذا المحور مسألة "وجود الحل"، بمعنى أننا نتساءل عما إذا كانت القضية المطروحة ممكنة. فإذا اعتبرت مجموعة 25 شخصا في العالم، يمكنك أن تتساءل مثلا عما إذا كان بالإمكان أن نجد من بينهم دائما 4 أشخاص يعرف كل منهم الأعضاء الآخرين من المجموعة، أو أن يكون هناك 5 أشخاص لا يعرف أيّ منهم أيّ عضو آخر؟

القليل يعلم أن الإجابة عن هذا السؤال قُدمت عام 1993 وليس قبل هذا التاريخ! من المفيد أن نضيف أن هذه الإجابة تطلبت آلاف الساعات من العمل باستخدام الحواسيب. نلاحظ أن في الكثير من المسائل الرياضية، خاصة في المعادلات الجبرية وفي المعادلات التفاضلية، يركز الباحثون على الإتيان بنظريات تثبت وجود حلول لتلك المعادلات حتى إن كانوا عاجزين عن كتابة الحلول بطريقة صريحة.

ج) المحور الثالث: يطرح المحور مسألة البناء والصياغة. لتوضيح هذا الموضوع يضرب المؤلف مثلا بالمركبة الفضائية "مارينر 9" التي وُضعت في مدار كوكب المريخ ما بين عامي 1971 و 1972. وبعد ذلك أرسلت صورًا أوضحت تماما سطح ذلك الكوكب. نلاحظ أن مشغّل الأقراص الضوئية كان آنذاك يؤدي دوره بسلاسة ومن دون أخطاء رغم الخدوش التي وُجدت صدفة في القرص. ذلك أنه كان هناك مصحح أخطاء يسمح بإرسال كل المعلومات بدقة بلغت 100% مهما كانت الأخطاء الواردة. هذا المصحح يستعمل التوافقيات.

د) المحور الرابع: يهتم هذا المحور بالفَضْلنة (أو الاستمثال) التي تُختصر في السؤال التالي: ما هي أفضل طريقة؟ فلقد أصبح مثلا نظام "جي بي آس" معروفا ومتداولا ويسمح للسيارة المتنقلة بتحديد أفضل طريق للذهاب من مدينة إلى أخرى. وللقيام بذلك يحل النظام مسألة "فضلنة" توافيقية تتعلق بتحديد أقصر طريق. ولهذا النوع من المسائل تطبيقات كثيرة.

كانت الحرب العالمية الثانية قد ساعدت على تطوير هذا الفرع من فروع الرياضيات إذ أسهم في حل مسائل عويصة مثل مسائل الإمداد. كما أن علم الحاسوب يزخر بتطبيقات ذات صلة وثيقة بالتوافقيات. وقد لعب الاحصائيون دورا بارزا في بناء نماذج تجريبية صالحة للاستعمال في ميادين عديدة.

ولتأكيد ذلك يشير المؤلف إلى أن "الرابطة الأمريكية للرياضيات" و"جمعية الحواسيب" هما من أكبر الجمعيات المهنية النشطة في حقلي الرياضيات وعلم الحاسوب، وهما تعتبِران أن من الأهمية بمكان أن تتم دراسة مناهج متنوعة تندرج فيها التوافقيات ودراسة ما يعرف في حقل العلوم بالرياضيات المتقطعة.

يشير الكاتب إلى أنه إذا أراد المرء معرفة عدد الأبقار الموجودة في قطيع، يمكنه أن يعدّ رؤوس البقرات، أو أن يعد سيقانها، وأن يَقسم بعد ذلك المجموع على 4. هذا مثال بسيط يبيّن كيف يفكر خبراء التوافقيات في بعض المواقف. فهم يعدون بمنهجيتين مختلفتين للتأكد من صحة النتيجة. ومن شأن هذا الأسلوب أن ينمّي طرق الإدراك ويثري مهارات التفكير التوافيقي لدى التلميذ والطالب.

وقد خصص الكاتب فصلا كاملا لتقديم الأدوات الجبرية المألوفة اللازمة للقارئ. ومن شأن هذه الأدوات أن تسهل إنجاز العديد من الخطوات في كثير من المسائل والبراهين. ورغم بساطة الأدوات المقدمة التي دأب المؤلفون على

تقديمها مجردة -وذلك حال الجبر المجرد- فضّل المؤلف تقديم أمثلة عملية كلما سنحت الفرصة. فمن أمثلته الحديث عن تشفير الرسائل وتعداد الشيفرات في الاتصالات. ومن الأمثلة الأخرى تحديد عدد القواسم في مجموعة من الأعداد الطبيعية.

4. فيبوناتشي وبوليا وبيرنساید

نجد في الكتاب فصلا آخر يُعنى بتقديم أهم مجموعات الأعداد، فتحدث عن أعداد أو متتاليات "فيبوناتشي" وأعداد "لوكاس" وأعداد "ستيرلينغ". والخبراء يعرفون دور أعداد فيبوناتشي وما يؤكد أهميتها أن هناك مجلة أكاديمية فصلية تحمل اسم "فيبوناتشي".

ما هي أعداد فيبوناتشي؟ هب أن لديك عددين (مثلا 1 و 3). قم بجمعهما وستحصل على عدد فيبوناتشي الثالث (هنا نجمع 1+3 فنحصل على 4). ثم نكرر نفس العملية للحصول على عدد فيبوناتشي الرابع، وذلك بجمع العددين السابقين، وهما 3 و 4، فيكون العدد الرابع هو 7. ثم يكون العدد الخامس يساوي 4+7، أي 11، وهكذا دواليك.

فكلما اخترت عددين واتبعت هذا الأسلوب في إنشاء الأعداد المتوالية حصلت على متتالية من متتاليات فيبوناتشي. لماذا اهتم الرياضيون بهذا النوع من الأعداد؟ لأنهم لاحظوا ظهورها في كثير من المسائل الطبيعية، مثل توالد الأرانب، وهي مرتبطة أيضا بما يعرف في الرياضيات بـ"العدد الذهبي". ونجد هذه الأعداد عند البحث عن القاسم المشترك الأكبر؛ وقد استغلها البعض في الشعر وفي تبليط الأسطح وغير ذلك من التطبيقات.

من هو فيبوناتشي؟ إنه إيطالي عاش خلال القرن الثالث عشر ميلادي، ويعتبر من عباقرة الرياضيات في ذلك العصر، واسمه الحقيقي هو ليُوناردو بِيزانو. ولد في مدينة بيزا الإيطالية وكان أبوه ممثلا لتجار منطقة بيزا التي كانت معروفة بطابعها التجاري وبمينائها الاقتصادي. ولما كانت المدينة معروفة أيضا بالعلم والثقافة فقد درس فيبوناتشي أعمال الخوارزمي في الجبر.

كان الابن فيبوناتشي يسافر إلى مصر وسوريا وصقلية والجزائر ممثلا أحيانا لوالده وأحيانا أخرى مرافقا له. وهو ما سمح له بالالتقاء بعديد علماء الرياضيات في المنطقة. فكان له الفضل في إدخال الأرقام العربية والترميز الجبري إلى إيطاليا، ومن ثمّ إلى أوروبا. وفي هذا السياق يُذكَر أن منطقة فلورنسا الإيطالية مَنعت على مصالح البنوك استعمال هذه الأرقام في بداية الأمر.

والطريف أن فيبوناتشي ألف كتابا في الحساب يُنسب إليه سماه "ليبر أباتشي" Liber Abbaci، متأثرا بما كتبه العرب فكان جزء منه مكتوبا في الاتجاه العربي، أي من اليمين إلى اليسار. ومن المعلوم أن المدينة التي أقام بها في الجزائر هي مدينة بِجاية (الجزائر)، وكانت آنذاك مركزا علميا بارزا في شمال إفريقيا.

وقد أثبت مؤرخو الرياضيات أن فيبوناتشي تأثر بتربية النحل المنتشر في منطقة بجاية، وهذا الذي استلهم منه ما يعرف بأعداد فيبوناتشي. وكان هذا الرياضي قد درس على علماء بجاية الحساب والجبر عندما رافق أباه إلى هذه المدينة، كممثل لتجار بيزا، ومكث فيها طويلا. يقول فيبوناتشي حول إقامته في مدينة بجاية: "عندما رحل والدي إلى بجاية، بعد أن عينته بلاده مُوثِّقا عاما في الجمارك ببجاية كممثل لتجار بيزا استدعاني وأنا لازلت طفلا لأكون معه هناك. كان والدي يرغب في أن أظل في بجاية لتلقي التعليم في مدرسة المحاسبة". ثم يقول إنه أستوعب تلك العلوم بفضل التعليم الممتاز واستوعب ما كان موجودا من هذا العلم في مصر وسوريا واليونان، وصقلية.

من التمارين الطريفة المطروحة في الكتاب هذا التمرين: "يعيش فأر في فندق ويرغب في الانتقال من مدخل الطابق الأرضي إلى حيث يوجد جحره في الطابق العاشر. كل حركة يقوم بها الفأر تكون إما بمقدار غرفة شمالا أو غرفة شرقا أو طابقا إلى الأعلى. السؤال: كم طريقة يستطيع بها الفأر التنقل؟"

وقد تحدث المؤلف في الفصل الخامس عن مبرهنة التعداد لجورج بوليا، ذلك الرياضي المجري الذي درس خلال الثلاثينيات من القرن الماضي مسألة ذات علاقة بالكيمياء. كان بوليا قد سلط الضوء على مسألة تخص وضعا خاصا في المركبات الكيميائية وحل المسألة المطروحة. وكان هذا الحل يحمل بين طياته نتيجة أساسية مكنت من معالجة مسائل كثيرة من مسائل العد الأخرى.

يلاحظ المؤلف بخصوص نظرية تدعى "نظرية كوشي- فروبينيوس- بيرنسايد" أنها أحيانا تسمى "توطئة بيرنسايد Burnside" أو "نظرية بيرنسايد". لكن هناك خطأ متداولا في هذه التسميات بناء على بحث صدر عام 1970 أراد أن ينبه إليه المؤلف، مفاده أن كوشي هو أول من أثبت حالة خاصة من النتيجة عام 1845. ثم قام فروبينيوس Frobenius بإثباتها عام 1887م في شكلها المتداول الآن. وقد استخدم المؤلفون فيما بعد تلك النتيجة التي وجدوها في كتاب صادر سنة 1911 لبيرنسايد. ولما غابت المرجعية لأصل تلك النتيجة نسبوها إلى بيرنسايد وأصبح بعد ذلك اسمها نظرية أو مُسلّمة بيرنسايد.

5. نظرية البيانات (المخططات) وتطبيقات أخرى

تناول الفصل السادس بالتفصيل نظرية. ومصطلح "البيان (المخطط)" هنا يمكن أن ننظر إليه كمجموعة مجردة مؤلفة من كائنات، والأصح أن ننظر إليها كمجموعة مجردة مترابطة تبرز فيها رؤوس وأضلاع وأحيانا عُقَد. والترابط هنا يعني أن لكل رأسين من المخطط مسارا يربطهما.

يرى المؤرخون أن أول من بحث في نظرية البيانات هو السويسري ليونارد أولر Euler عام 1730م عندما حل مسألة من أشهر مسائل الرياضيات عبر التاريخ، وهي مسألة جسر كونغبارغ Konigsberg. ومدينة كونغبارغ مدينة أوروبية كانت في وقت سابق عاصمة بروسيا الشرقية. ولم تسجل نظرية البيانات تقدما يُذكر حتى نهاية 1800.

وفي هذا التاريخ عاد الاهتمام بها وبحث فيها عدد من علماء الرياضيات، وأثبتوا نتائج مثيرة للانتباه. ثم توسعت الدراسات في هذا الحقل خلال القرن العشرين فكانت لها تأثيرات كبيرة في تطوير العديد من العلوم التطبيقية، منها علم الحاسوب. لقد تمخضت عن حقل البيانات البنائية، وبصفة خاصة في شقّه المتعلق بدراسة التعامل مع تخزين وتوزيع البيانات في الحاسوب، عدة مسائل تندرج في التوافقيات ذات الصلة بنظرية البيانات.

وعندما تناول المؤلف موضوع تلوين البيانات أشار إلى مسألة الألوان الأربعة الشهيرة التي ظلت مطروحة مدة تجاوزت القرن. وتم حل هذه المسألة عام 1976م ضمن برهان جاء في 139 صفحة نشرت عام 1977م، واعتمد كثيرا على حسابات قامت بها الحواسيب. فكان من الصعب على عدد من علماء الرياضيات تبنيها كبرهان موثوق به إذ لم يكن من الممكن التأكد منه يدويا.

وقد طرحت آنذاك قضية للنقاش تتمثل في السؤال التالي: إلى أي مدى ينبغي على علماء الرياضيات تقبل برهان تقوم فيه الآلة بالقسط الأوفر؟ نشير إلى أن هناك برهانا آخر لهذه النظرية نُشر عام 1996. أما نظرية الألوان الأربعة فنصها بسيط جدا حيث يقول: يمكن دائما تلوين أي خريطة جغرافية باستخدام 4 ألوان لا غير وبمراعاة اختلاف لونيْ كل بلدين متجاورين.

وتطرق الكتاب إلى موضوع هام في هذا العصر، وهو تطبيق التوافيق في مجال تصحيح الأخطاء. تعطي رموز تصحيح الأخطاء طريقة لنقل رسالة بحيث يمكن استرجاع الرسالة الأصلية عند ظهور أخطاء في عملية النقل. وهذه التقنية مستعملة اليوم في الهواتف النقالة ومشغلات الأقراص المدمجة والمركبات الفضائية.

وهناك مجال تطبيقي آخر لا يقل أهمية عن المجال السابق، وهو تصميم التجارب الإحصائية، خاصة في حقلي الزراعة والطب. ومن الأمثلة التي يمكن أن نسُوقَها في هذا الإطار تلك الدراسات المختصة في فحص كفاءة تركيبات مختلفة من مخصبات البذور والأدوية. ذلك أن الخروج باستنتاجات صحيحة يتطلب من الباحثين ومختبراتهم التحكم في العوامل غير التجريبية التي يمكن أن تشوّش على المخرجات. وكمثال على ذلك، يذكر المؤلف تجارب تركيبات مخصبات البذور إذ يجب اختبار كافة المجموعات بمراعاة اختلاف أنواع التربة واختلاف الأحوال جوية. وفي هذا السياق، توفر التصاميم التوافيقية نماذج أولية للتجربة الناجحة.

نشير في الأخير إلى أن المؤلف كان يحرص دائما على تقديم مراجع متعددة في متن النصوص للاستزادة من الموضوع الذي يتطرق إليه. والجدير بالتنويه أن أسلوبه يتميز بكونه يقدم أسئلة تتخلل النص، ولا ينتظر آخر الفصل ليقدم سلسلة من التمارين. كما يقدم ملخصا دوريا عندما ينتقل من موضوع إلى موضوع آخر داخل نفس الفصل.

ديفيد ر. مازور David R. Mazur مؤلف الكتاب