اقتراحات لمعالجة بعض صعوبات تدريس وتقويم الظواهر الفلكية في التعليم الثانوي (2)

عبد العزيز براح
أستاذ متقاعد بقسم الفيزياء، المدرسة العليا للأساتذة، القبة
abdelaziz.berrah@g.ens-kouba.dz

1. مقدمة

تطرّقنا في مقال سابق إلى بعض الصعوبات العلمية والتعليمية التي يواجهها الأساتذة والتلاميذ في دراسة وتقويم الظواهر الفلكية، وخاصة قوانين كبلر. نريد في هذا المقال تقديم اقتراحات علمية وتعليمية لمعالجة بعض هذه الصعوبات. هذه الاقتراحات موجهة خاصة إلى أساتذة الأقسام النهائية ومؤلفي مواضيع الباكالوريا والمفتشين المشرفين عليهم وأساتذة تعليمية الفيزياء في المدارس العليا للأساتذة.

تحتوي هذه التوضيحات على النقاط التالية:

- توضيحات تاريخية حول الانتقال من أفكار كبلر إلى نيوتن مرورًا بغاليليو،
- توضيحات علمية وتعليمية حول المعالم العطالية في الظواهر الفلكية،
- توضيحات علمية وتعليمية حول المسار الإهليجي واستعمال الرمز r في قوانين كبلر ونيوتن،
- توضيحات علمية وتعليمية حول توظيف مفهوم الطاقة لتفسير قوانين كبلر وحساب السرعة المدارية،
- اقتراح أمثلة وضعيات لتقويم الظواهر الفلكية وفق المقاربة بالكفاءات.

2. توضيحات تاريخية حول الانتقال من أفكار كبلر إلى نيوتن مرورًا بغاليليو

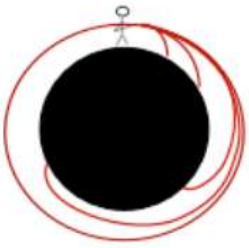
نلاحظ في الشكل الأصلي لقوانين كبلر (Kepler)، كما وردت في الكتب المدرسية، التركيز على المدار الإهليجي والطابع المتغير لسرعة الكواكب. يعود هذا التركيز إلى حسابات كبلر، الذي لاحظ أن مسار المريخ ليس دائريًا، وأن سرعة المريخ تزداد عند اقترابه من الشمس وتتناقص عند ابتعاده عنها. تتناقض هذه النتائج مع ما كان يعتقده القدماء من أن المدارات الفلكية دائرية، وأن الحركة منتظمة.

Supposez plusieurs lunes qui tournent autour de la terre, comme dans le système de Jupiter ou de Saturne ; les périodes de ces lunes (par l'argument de l'induction) observeraient la même loi que Kepler a trouvé pour les planètes. Si la plus bas de ces lunes était petite, et était ainsi près de la terre, presque touchant les dessus des plus hautes montagnes, la force centripète serait égale aux poids de tous les corps terrestres qui devraient être trouvés sur les dessus de ces montagnes, comme le calcul précédent a montré. Par conséquent si la même petite lune est abandonnée par sa force centrifuge qui la porte, elle descendrait à la terre; et cela avec la même vitesse que les corps lourds tombent réellement avec sur les dessus de ces montagnes mêmes.

Ces deux forces, c'est-à-dire, la pesanteur des corps lourds, et les forces centripètes des lunes, les deux vers le centre de la terre, sont semblables et égales entre elles-mêmes, et donc, sont une et même cause. Et donc la force qui maintient la lune sur son orbite est la force que nous appelons généralement gravité.

Newton, Principia, Scolium Prop IV, Theorem IV. Livre III.

نص مترجم من اللاتينية لكتاب نيوتن



شكل من كتاب غاليليو

ما هي السلسلة التاريخية التي مكّنت نيوتن (Newton) من ربط قوة الجاذبية بقوانين كبلر؟ إنها سلسلة من الأعمال والنتائج التي قدّمها عدة علماء، ويمكن وصف هذه السلسلة كالتالي: تشبه لغزًا يجب حله. كان دور القمر بالنسبة للأرض معروفًا منذ القدم (29.7 يومًا). في عام 230 ق.م، حدّد إيراتوستنس (Eratosthenes) هندسيًا نصف قطر الكرة

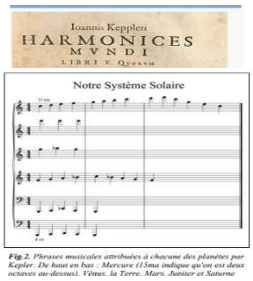
الأرضية R_T. وفي عام 130 ق.م، حدّد هيبارخوس(Hipparchus) المسافة بين القمر والأرض بكونها تساوي تقريبًا $TL = 60R_T$، حيث R_T هو نصف قطر الأرض.

في سنة 1604، حدّد غاليليو(Galileo) تسارع سقوط الأجسام ($g = 10m/s^2$). وفي سنة 1619، نشر كبلر قانونه الثالث على الشكل $T^2/a^3 = cste$. لاحقًا، أكّد هويجنس (Huygens) صحة القانون الثالث لكبلر بالنسبة لأقمار المشتري وعمّمه. لتفسير حركة الكواكب، اعتبر نيوتن أن القمر في سقوط دائم نحو الأرض، وقام بتحليل وحسابات كما جاء في النص المترجم. لقد اعتبر قمرًا صغيرًا يدور حول الأرض فوق الجبال، أي بنصف قطر يقارب R_T. طبّق القانون الثالث لكبلر على القمرين: القمر الأرضي والقمر الخيالي الصغير pl.

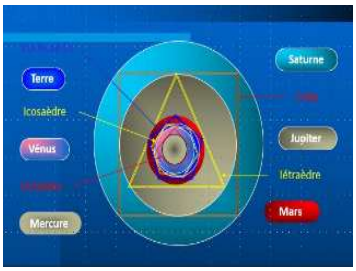
$$T_{pl}{}^2/R_T^3 = (1\ mois)^2/(60R_T)^3.$$

ثم استنتج دور القمر الصغير بقيمة $T_{pl} = 5000s$. ما هو تسارع هذا القمر الصغير بالقرب من سطح الأرض؟ بتطبيق العلاقة الخاصة بتسارع حركة دائرية منتظمة $a = \frac{(2\pi)^2 R}{T^2}$ وجد $a = 10m/s^2$، أي أنه يساوي تسارع السقوط الحر. استنتج أن حركة القمر تُمثّل سقوطًا دائمًا نحو الأرض تحت تأثير قوة الجاذبية. إن طبيعة القوة التي تسمح للقمر بالدوران حول الأرض هي نفسها طبيعة القوة التي تحدث سقوط الجسم نحو الأرض وهي قوة الجاذبية العامة.

توضح الصور أدناه بعض المحاولات الفاشلة لكبلر لتفسير عدد الكواكب الشمسية ومساراتها وفق نظرية تناغم الكون موسيقيًا وهندسيًا.



التناغم الموسيقي للكواكب حسب كبلر



تفسير كبلر لمدارات الكواكب بأشكال هندسية (المجسمات الأفلاطونية)

3. توضيحات علمية وتعليمية حول المعالم العطالية في الظواهر الفلكية

نذكر في الجدول التالي خصائص المعالم العطالية والمعالم اللاعطالية.

جدول مقارنة خصائص المعالم العطالية والمعالم اللاعطالية		
خصائص المعالم العطالية التي لا تكتسبها المعالم اللاعطالية	خصائص المعالم اللاعطالية التي لا تكتسبها المعالم العطالية	الخصائص المشتركة
تسارع الجملة ناتج عن تأثير الجمل الأخرى، أي القوى الحقيقية فقط. تظل القوى والتسارعات نفسها في معلمين عطاليين مختلفين؛ أي تسارع نقطة لا يتغير بتغيير المعلم العطالي. يمكن تعيين الجملة شبه المعزولة وتطبيق مبدأ العطالة في المعالم العطالية فقط. يمكن تطبيق قوانين نيوتن بدون شروط إضافية.	تسارع الجملة ليس ناتجًا عن تأثير الجمل الأخرى، أي القوى الحقيقية فقط، وإنما ناتج أيضًا عن المعلم نفسه. لا يمكن تفسير الخصائص الحركية والتحريكية للنقاط المادية بالاعتماد فقط على القوى الحقيقية. تختلف القوى والتسارعات من معلم لاعطالي إلى معلم لاعطالي آخر.	الفضاء والزمن مطلقان. يتكون كل معلم من مبدأ وثلاثة محاور في الفضاء غير قابلة للتشوه بمرور الزمن بالإضافة إلى ميقاتية مستقلة عن الملاحظ. مبدأ انحفاظ الكتلة محقق. مبدأ انحفاظ الطاقة محقق. قوانين الميكانيك مطبقة بنفس الشكل في النوعين من المعالم. تطبيق م.ف.م. على القوى الحقيقية فقط في النوعين من المعالم.

كل معلم ينسحب بسرعة ثابتة (شعاعيًا) بالنسبة لمعلم عطالي هو عطالي. يمكن تفسير الخصائص الحركية والتحريكية للنقاط المادية بالاعتماد فقط على القوى الحقيقية. **لا يوجد معلم عطالي مطلق.**	تطبيق قوانين نيوتن بشروط إضافية أي بإدخال قوة عطالية للجر وقوة عطالية لكوريوليس في العلاقات. $m.\vec{a} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} + \overrightarrow{F_{int}} + \overrightarrow{F_{cor}}$ كل معلم لاعطالي ينسحب بسرعة ثابتة (شعاعيًا) بالنسبة لمعلم لاعطالي هو لاعطالي.	مركز العطالة أو مركز الكتل لا يتغير مع المعلم. كل مقدار له أبعاد من الشكل: MLT^{-2} يُعدّ قوة.
ملاحظة: أغلبية الخصائص المذكورة خارج منهاج السنة الأولى ثانوي (مثل مفهوم مركز العطالة)، وخارج منهاج السنة الثالثة ثانوي (مثل القوى العطالية).		

منهجيًا، لدراسة أي حركة، يجب تعيين معلم الدراسة والجملة المدروسة. في الطور الثانوي يجب أن يكون معلم الدراسة عطاليًا. عند دراسة حركة الكواكب وتطبيق قوانين كبلر، يجب توضيح المعلم العطالي الملائم للدراسة. تعتمد الصيغة الأصلية للقانون الأول لكبلر على المعلم المركزي الشمسي أو معلم كوبرنيكس (Copernicus) المناسب لدراسة حركة كواكب المجموعة الشمسية. نظرًا لإمكانية تفسير هذه الحركات الدائرية والإهليجية بقوة جذب الشمس (S) لكل كوكب (A) بقوة الجاذبية العامة $\overrightarrow{F_{S/A}}$ فإن المعلم عطالي.

بالطبع، لدراسة حركة أقمار حول كوكب مركزي آخر، مثل حركة أقمار المشتري، يجب أن يكون المعلم مركزيًا مشتريًا، ويسمح بتفسير حركة هذه الأقمار بقوة الجاذبية $\overrightarrow{F_{J/s}}$ واحدة نظرًا لأنه عطالي.

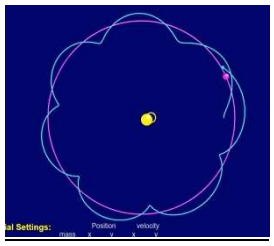
قد تكون حركة قمر أو مذنب مكونة من عدة مراحل نظرًا لمروره بجوار عدة كواكب تؤثر عليه. وبالتالي، يجب تقسيم الحركة إلى مراحل وتعيين معلم مناسب لكل مرحلة، مثل حركة المركبة كاسيني (Cassini)، التي تشكل موضوع النشاط 4 المهم في الصفحة 239 من الكتاب المدرسي.

هناك ثلاث حالات خاصة بالمعالم بالنسبة للظواهر الفلكية:

- حالة معلم عطالي لا يصلح لتطبيق قوانين كبلر ويصلح لتطبيق قوانين نيوتن،
- حالة معلم عطالي لدراسة حركة أجسام ولاعطالي لدراسة حركات أخرى،
- حالة معلم لاعطالي لدراسة حركة الأجسام داخل مركبة فضائية مثلًا.

– مثال عن الحالة الأولى: دراسة حركة القمر (قمر الأرض) بالنسبة للشمس

تمثل الصورة أدناه مساري كوكبين يدوران حول الشمس، مثل الأرض والقمر، حيث $M_S >> M_T >> m_L$.



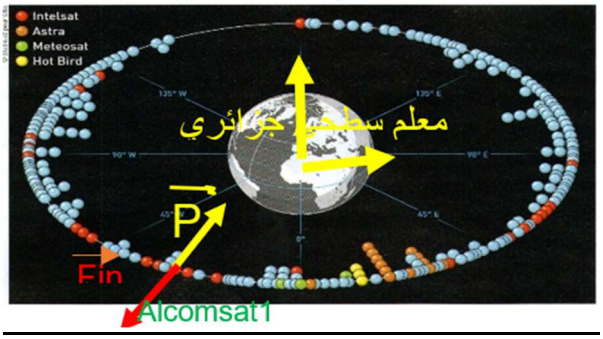
نلاحظ إمكانية تطبيق القانون الأول لكبلر على حركة الأرض، وعدم إمكانية تطبيقه على حركة القمر؛ لأن المسار ليس دائريًا أو إهليجيًا. ولكن لماذا يحدث ذلك رغم أن معلم كوبرنيكس عطالي؟ من شروط تطبيق قوانين كبلر وجود قوة جاذبية واحدة مطبقة على المتحرك. هذ الشرط محقق بالنسبة للأرض عند إهمال تأثير القمر عليها، ونفسر حركة الأرض بالقوة $\overrightarrow{F_{S/T}}$ وإهمال $\overrightarrow{F_{L/T}}$. أما بالنسبة لحركة القمر، فإن القانون الأول لكبلر غير محقق، وتصبح الوضعية معقدة، إذ تدخل في إشكالية الأجسام الثلاثة، لأن حركة القمر ناتجة عن تأثير قوتين $\overrightarrow{F_{S/L}}$ و$\overrightarrow{F_{T/L}}$ دون إمكانية إهمال أي منهما.

– مثال عن الحالة الثانية: المعلم السطحي الأرضي

هل هو عطالي لدراسة السقوط الحر؟ ولماذا؟ نعم، إنه عطالي؛ حيث يمكن تفسير حركة القذيفة أو السقوط الحر بقوة "حقيقية" لا تتعلق بالمعلم وهي الثقل، دون اللجوء إلى قوى عطالية "خيالية" أو "شبه قوى" تتعلق باختيار المعلم.

هل هو عطالي لدراسة حركة الأقمار الجيومستقرة؟ ولماذا؟ لا، إنه لاعطالي؛ حيث لا يمكن تفسير سكون القمر الجيومستقر بالنسبة لمعلم سطحي أرضي بالثقل وحده. لذلك، نُدخل قوة عطالية، وهي "القوة الطاردة المركزية"، حيث في هذا المعلم:

$$\vec{P} + \overrightarrow{F_{in}} = m.\vec{g} + \overrightarrow{F_{in}} = \vec{0}.$$

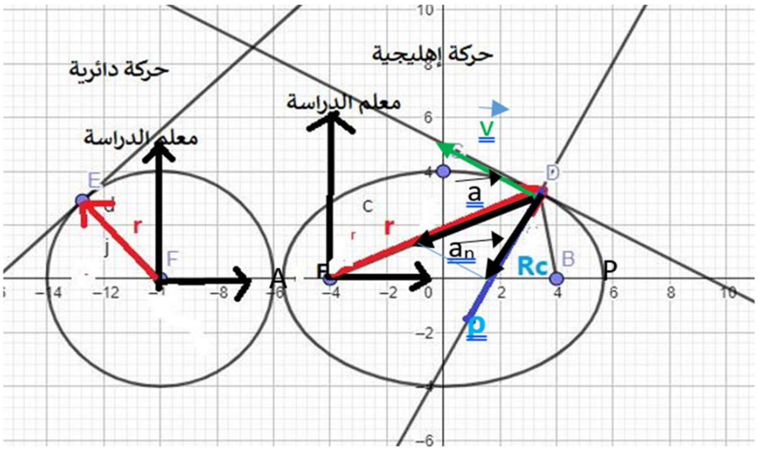


- **مثال عن الحالة الثالثة**: دراسة حركة جسم داخل محطة فضائية أو قمر صناعي

تُمثّل الصورة أدناه تفاحة تطفو ساكنة في المحطة الفضائية الدولية (ISS). بالنسبة لمعلم الدراسة المرتبط بالمحطة، تبدو التفاحة ساكنة. يستنتج رائد الفضاء (وهو فيزيائي مُحنّك) أن معلم المحطة لاعطالي؛ لأنه لا يمكن تفسير سكون التفاحة بقوة الثقل وحدها، بل يجب إضافة قوة "وهمية" تُسمى القوة العطالية للجر أو القوة الطاردة المركزية، كي يصبح مجموع القوتين يساوي الشعاع المعدوم.

ملاحظات حول معلم أو قاعدة فريني (Frenet)

لماذا استعمال معلم فريني غير ملائم تعليميًا في دراسة حركة الكواكب؟ في دراسة حركة الكواكب، نستعمل معلمًا مبدؤه مركز الكوكب المركزي، ونعيّن موضع المتحرك بشعاع الموضع $\vec{r}$ دون استعمال الفاصلة المنحنية $s(t)$ بمبدأ معيّن على المسار. يمكن رسم أشعة السرعة والتسارع ومركّبتي التسارع (المماسية والناظمية) دون الإشارة إلى وجود معلم آخر، حيث نكتفي برسم المماس والناظم في وضعية المتحرك كما يوضحه الشكل أدناه. بالنسبة للتلاميذ، ما هو معلم الدراسة التحركية؟ هل هو المعلم الأصلي أو معلم فريني؟ بما أن المتحرك ساكن بالنسبة لمعلم فريني، وهذا السكون يؤدي إلى إدخال قوى عطالية بشكل خاطئ، مثل القوة الطاردة المركزية، لا يجب استعمال معلم فريني في دراسة حركة الكواكب في المرحلة الثانوية.



4. توضيحات علمية وتعليمية حول المسار الإهليجي

1.4. سوء استعمال الرمز r في قوانين كبلر ونيوتن

يؤدي استعمال الرمز r في غير موضعه إلى ارتكاب أخطاء علمية وتعليمية فادحة في تدريس وتقويم قوانين كبلر، كما أشرنا إليه في مقال سابق حول تمرين 1 بكالوريا 2018، شعبة ر. وت.ر، مع الوثائق العديدة التي تحتوي على نفس الأخطاء. تُرتكب هذه الأخطاء عند دراسة السرعة على المدار الإهليجي، وعبارة التسارع الناظمي، حيث يتم تطبيق علاقة صحيحة فقط في حالة المدار الدائري لكنها خاطئة في حالة المدار الإهليجي.

العلاقات الصحيحة في المدار الإهليجي	في المدار الدائري
يمثّل R_c أو ρ نصف قطر انحناء الإهليج في موضع المتحرك، ويختلف هندسيًا وميكانيكيًا عن طول شعاع الموضع r. عبارة شدة التسارع الناظمي هي $a_n = v^2/\rho$ وليست $a_n = v^2/r$. للمحور الأعظمي للإهليج AP الخصائص التالية: $r_A + r_P = 2a$، $V_A.r_A = V_p.r_p$ حيث $r_A < r_P$ و $v_A > v_P$ و $\rho_P = \rho_A$. يُمثل a نصف القطر الأعظمي للإهليج، حيث $AP = 2a$ بدلًا من العبارة المبهمة والغامضة القيمة المتوسطة للبعد بين المتحرك والكوكب المركزي، أي القيمة المتوسطة لـ r.	نصف قطر المدار يصبح منطبقًا $r = \rho$ على نصف قطر الانحناء، والعلاقات تصبح: $a_n = v^2/r$. في حالة $a = a_n$ أي $a_t = 0$ الحركة دائرية منتظمة وشدة السرعة ثابتة.

2.4. مراحل إطلاق القمر ألكوم سات 1

ملحق حول قوانين الميكانيك الفلكية

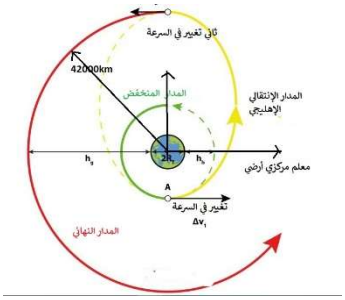
1. مراحل إطلاق الأقمار الصناعية مثل Alcomsat.1
1.1 استعمال صاروخ بثلاثة طوابق LM3 للحصول في النهاية على سرعة ≈ 7.7km/s اي اول سرعة كونية والتي تساوي $V_{1c} = (G.M_T/R)^{1/2}$.
1.2 تشغيل الطابق الأول شاقوليا ونحو الشرق.
1.3 بعد نفوذ وقوده فصله من الصاروخ .
1.4 تشغيل الطابق الثاني ثم فصله بعد نفوذ وقوده وفصل الغلاف الخارجي للقمر اجتياز الارتفاع على سطح الأرض ب 100km أي عند غياب الغلاف الجوي.
1.5 تشغيل الطابق الثالث حتى تصل السرعة الى V1c (أول سرعة كونية) أصغر سرعة التي تسمح لدوران القمر حول الأرض. V1c≈7.8 km/s
1.6 وضع القمر في المدار الدائري الأول في مستوى خط الإستواء وفي اتجاه غرب شرق وعلى ارتفاع 200km من سطح الأرض.
1.7 في وضعية معينة P (نقطة الحضيض) يتم تغيير شكل المسار من دائري الى إهليجي في النقطة حيث للمسارين نفس المماس مع زيادة في قيمة السرعة من 7.8 الى v_P =10km/s بالمحافظة على الحامل والجهة يتم العملية في بعض الدقائق وبدقة مع فصل الطابق الثالث.
1.8 يواصل القمر حركته في مسار Hohmann أي نصف إهليج أحد محرقيه هو مركز الأرض بسرعة متناقصة وفق قانون كيبلر الثاني.
1.9 بعد 5 ساعات تقريبا (وفق قانون كيبلر الثالث) يصل القمر الى نقطة الأوج A بسرعة VA=1.6km/s على ارتفاع 36000km من سطح الأرض يتم تغيير مساره من إهليجي الى دائري حيث للمسارين نفس المماس مع زيادة في قيمة السرعة من 1.6 الى 3km/s بالمحافظة على الحامل والجهة يتم العملية في بعض الدقائق وبدقة بتشغيل محرك وقود او جهاز ملائم تابع للقمر
1.10 يتم توجيه دقيق للقمر بالنسبة لسطح الأرض على المدار النهائي (الجيومستقر) .
1.11 يحتفظ القمر على مصدر طاقوية لتصحيح كل تغير في مداره لأسباب مختلفة كي تصبح مدة صلاحية طويلة أكثر من 15 سنة مثلا
1.12 بالنسبة لسطح الأرض يقع Alcomsat.1 فوق وسط المحيط الأطلسي أي يصعب استقبال اشارته على نفس الهوائيات الحالية ويحتاج الى هوائية خاصة.
1.13 يمكن مشاهدة المراحل الأولى لإطلاق القمر شريط عبر الروابط

http://www.n2yo.com/ -choisir "Satellites on orbite" - puis sat géostationnaire -enfin "track it" pour suivre en direct les tentatives de sa mise en orbite.
https://www.n2yo.com/?s=43039
https://www.youtube.com/watch?v=iVFB0Ig8mT8

LM3
LIVE
3

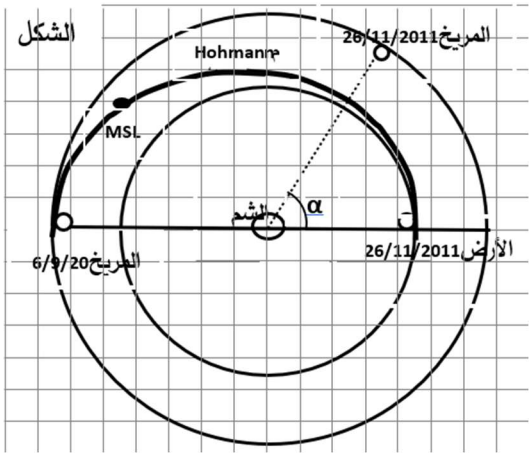
3.4. المدار الإهليجي في حركة الكواكب والأقمار الصناعية

بعد فرض وجوده في قوانين كبلر، فإن المدار الإهليجي ظاهرة فلكية حتمية في الانتقال من مدار دائري منخفض إلى مدار دائري مرتفع بأقل تكلفة طاقوية، وذلك عبر مدار انتقالي يُسمى مدار هوهمان (Hohmann)، كما هو الحال بالنسبة للأقمار الجيومستقرة، مثل ألكوم سات1، وكذلك عند الانتقال من كوكب مثل الأرض إلى كوكب آخر مثل المريخ، كما هو الحال مع المركبة MSL.



مسار القمر الجيومستقر

- **حالة القمر الجيومستقر**: بالنسبة لمعلم مركزي أرضي، وبعد استقرار القمر على ارتفاع يقارب 200 كلم عن سطح الأرض (أي خارج الغلاف الجوي) بواسطة صاروخ ملائم، يدور القمر بحركة دائرية منتظمة تحت تأثير ثقله فقط. عند وصوله إلى النقطة A، المشتركة بين الدائرة والإهليج، والتي تمثّل نقطة الحضيض، يتم تشغيل المحرك الصغير الموجود في القمر لمدة قصيرة ملائمة، تؤدي إلى زيادة في سرعة بمقدار Δv_1، مما يسمح له بمغادرة المدار المنخفض. يواصل القمر حركته على مدار إهليجي حيث تكون الأرض ككرة متجانسة، أحد محرقي هذا المدار. عند وصول القمر إلى النقطة P، التي تمثّل نقطة الأوج (أي بعد قطع مسافة نصف الإهليج)، يتم تشغيل المحرك خلال مدة قصيرة ملائمة، مما يؤدي إلى زيادة في السرعة بمقدار Δv_2، وبالتالي مغادرته المدار الإهليجي إلى المدار الدائري النهائي بنصف قطر 42000 كلم. يواصل القمر حركته الدائرية المنتظمة تحت تأثير قوة الجاذبية (أي ثقله فقط) بالنسبة لنفس المعلم المركزي الأرضي. تسمح له هذه الوضعية بأن يكون ساكنًا بالنسبة لسطح الأرض ومحطات إرسال واستقبال الأمواج الكهرومغناطيسية.



مسار القمر الاصطناعي Mars Science Laboratory (MSL)

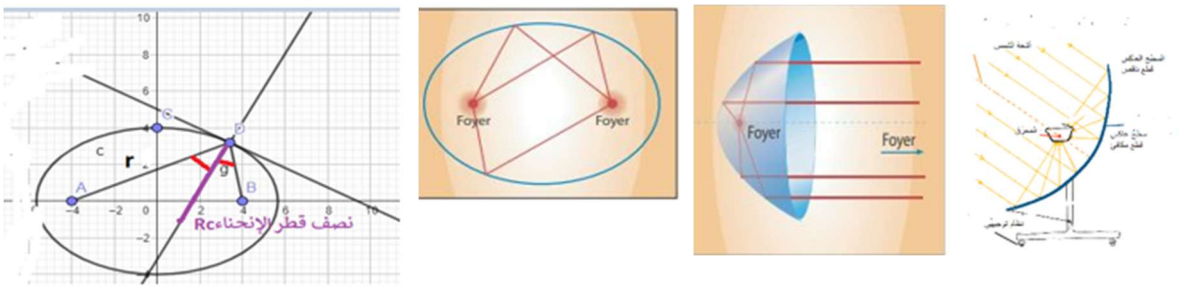
- **حالة انتقال القمر بين كوكبين مثل MSL**: يمثل الشكل أعلاه إطلاق القمر الاصطناعي Mars Science Laboratory (MSL) من قِبل ناسا (NASA) يوم 2011/11/26 نحو المريخ لدراسة خصائص تربة المريخ وغلافه الجوي بواسطة مجموعة أجهزة مُصمَمة في روبوت (robot) يُدعى Curiosity. ساهم في تركيب هذا الروبوت الفيزيائيُ الجزائري نور الدين مليكشي، الذي كان طالبًا في باب الزوار سنة 1975. دامت الرحلة 255 يومًا، أي 2.20×10^7 ثانية، علمًا أن الزاوية α تساوي تقريبا $60°$. يمكن تعيين ثلاث مراحل أساسية تفصل

بينها مرحلتان قصيرتان جدًا لتغيير سرعة القمر وتغير المسار بتشغيل المحرك الصغير لمدة قصيرة ملائمة ثم إطفائه. لكل مرحلة معلمها العطالي والقوة المسببة للحركة وهي موضحة في الجدل التالي:

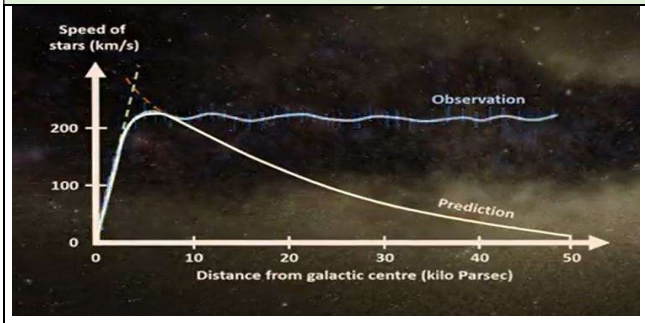
المرحلة	المرحلة الأولى	المرحلة الثانية	المرحلة الثالثة
معلم الدراسة	المعلم المركزي الأرضي	المعلم المركزي الشمسي	المعلم المركزي المريخي
القوة الأساسية المسببة للحركة	قوة الجاذبية من قِبل الأرض على A	قوة الجاذبية من قِبل الشمس على A	قوة الجاذبية من قِبل الكوكب M على A
التحليل	بما أن A يدور حول الأرض بحركة دائرية (حتمًا منتظمة)، فإن القوة الوحيدة المسببة هي $\overrightarrow{F_{Terre/A}}$، حسب قوانين كبلر والمبدأ الأساسي للتحريك.	بما أن A له مسار إهليجي أحد محرقيه الشمس، فإن القوة المسببة هي $\overrightarrow{F_{Soleil/A}}$، حسب قوانين كبلر والمبدأ الأساسي للتحريك.	بما أن A يدور حول M بحركة دائرية (حتمًا منتظمة)، القوة الوحيدة المسببة هي $\overrightarrow{F_{M/A}}$ حسب قوانين كبلر والمبدأ الأساسي للتحريك.
مقارنة كيفية لمُدد المراحل t_1، t_2، t_3: حسب قانون كبلر الثالث $a^3 = kG.m.T^2$، كلما كانت a وm، كتلة الكوكب المركزي، صغيرة كان الدور T صغيرًا. ومنه نستنتج أن المرحلة حول الأرض أصغر بكثير من المرحلة حول الشمس أي $t_2 << t_2$. نفس التحليل للمدة t_3 حول المريخ: $t_2 << t_3$. أما المدتان t_1 وt_3 فإنهما من نفس الرتبة (أي بعض الساعات) ويمكن ترتيبهما اعتمادًا على كتلتي الأرض والمريخ، أي $t_1 > t_3$.			

4.4. ملاحظات حول الخصائص الهندسية للإهليج وتطبيقات قوانين كبلر

تسمية محرق الإهليج أو القطع المكافئ ناتجة عن خصائص الانعكاس، حيث يُمثّل الناظم في نقطة من الإهليج منصف الزاوية التي رأسها النقطة على الإهليج وضِلعاها المستقيمان المارّان بالمحرقين. وبذلك، تتركّز كل الأشعة الصادرة من محرق في المحرق الثاني بعد انعكاسها. أما في حالة القطع المكافئ، يكون أحد المحرقين في اللانهاية، بينما يوجد الآخر في مكان وضع رأس استقبال الأمواج، كما هو الحال في التلفاز أو الفرن الشمسي. هذه الخاصية تؤكد الفرق الشاسع بين شعاع الموضع r ونصف قطر الانحناء للإهليج.

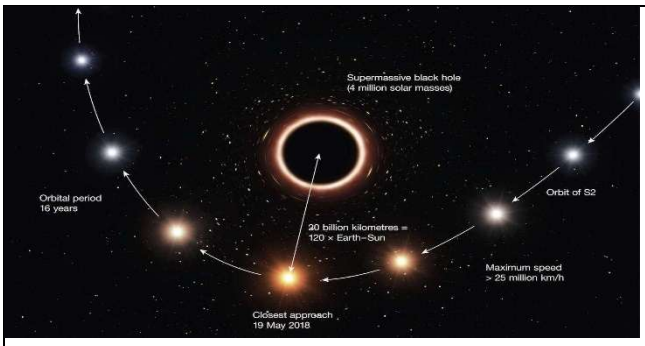


الناظم ونصف قطر الإنحناء والمحرقان في الإهليج والقطع المكافئ

التطبيق	الشكل التوضيحي
فرضية وجود المادة السوداء حسب علاقة السرعة المدارية $v(r) = \sqrt{GM\frac{1}{r}}$، فإن سرعة دوران المجرات تتناقص بزيادة r، وهو ما يتناقض مع نتائج الملاحظات، كما توضحه الصورة المقابلة. افترض العلماء وجود مادة أطلقوا عليها اسم المادة السوداء، والتي لها خصائص التنافر عكس الجاذبية العامة. وحسب البعض، فإنها تُكوّن نسبة كبيرة من مادة الكون.	

اكتشاف الثقب الأسود Sgr A في مركز مجرتنا

لاحظ الفلكيون عدة نجوم تدور بمسارات إهليجية حول محرق لا يصدر منه أي ضوء. استنتجوا وجود جسم كتلته تساوي 4×10^6 Ms أي 4 ملايين كتلة الشمس. إنه الثقب الأسود الضخم الذي تدور حوله نجوم مجرتنا. بعد هذا الاكتشاف، تم العثور على ثقوب مركزية ضخمة في عدة مجرات.



5. توضيحات علمية وتعليمية في توظيف مفهوم الطاقة لتفسير قوانين كبلر وحساب السرعة المدارية

ملاحظات مهمة:

1- يمكن استعمال العبارة التالية لتعيين الجملة: "القمر في مجال جاذبية الكوكب". لماذا؟ إن العبارة "كوكب +قمر" قد تؤدي إلى انحراف أهداف الدراسة إذا كان الكوكب يدور حول نفسه (وهي الحالة العامة). تصبح الطاقة الحركية تساوي تقريبًا الطاقة الحركية الدورانية للكوكب حول نفسه، والطاقة المتعلقة بالقمر مهملة. تسمح العبارة المقترحة بالتركيز على الطاقة الحركية للقمر وحده.

2- سنقترح دراسة مبسطة لعبارات الطاقة اعتمادًا على المفاهيم الواردة في منهاج الثانوي، دون اللجوء إلى مفهوم الطاقة الكامنة الوهمية والإحداثيات القطبية ومبدأ انحفاظ العزم العطالي. فيما يلي، سنبرهن وفق مفاهيم المنهاج، على عبارة الطاقة الكامنة الجاذبية $Epp(r)$ لقمر m في مجال جاذبية كوكب M كما وردت في الوثيقة المرافقة للمنهاج.

3- معلم الدراسة هو معلم مركزي كوكبي نعتبره عطاليًا، مما يسمح بتطبيق قوانين كبلر وقانون الجاذبية العامة.

4- مرجع الطاقة الكامنة الجاذبية محدد كالتالي: $Epp(r = \infty) = 0J$.

الجملة المدروسة: القمر m في مجال جاذبية M

عبارة الطاقة الكامنة الجاذبية *Epp* للجملة "كوكب+قمر":

باستعمال تحليل الأبعاد بين المقادير: $[Epp] = ML^2T^{-2}$، r، m_s، M، $[G] = M^{-1}.L^3.T^{-2}$، نجد عبارة الطاقة الكامنة الجاذبية: $Epp = k.G.M.m_s/r$، حيث k ثابت بدون أبعاد.

اختيار مرجع الطاقة الكامنة الجاذبية: باعتبار أن الطاقة الكامنة الجاذبية بين القمر والكوكب منعدمة عندما يكون القمر بعيدًا جدًا عن الكوكب، أي $Epp = 0J$ في حالة $r = \infty$.

بتطبيق نظرية الطاقة الكامنة على الجملة "كوكب+قمر" نجد

$$Epp(r = \infty) = Epp(r) = -\sum W(\overrightarrow{F_{int}}) = -\sum W(\overrightarrow{F_{M/m_s}}).$$

بما أن عمل قوة الجاذبية موجب (خلال انتقال القمر من ∞ الوضعية الابتدائية إلى r الوضعية النهائية)، فإن الطاقة الكامنة الجاذبية سالبة (تحاول الجملة أن تكون في أكثر استقرار أي بطاقة كامنة أصغرية). نقبل أن $k = -1$. وبالتالي،

$$Epp = -GMm_s/r.$$

بالنسبة للمعلم المركزي الكوكبي الجملة $(M + m)$ أو m في مجال جاذبية M شبه معزولة، أي لا توجد قوى خارجية تؤثر عليها ومجموع أعمال هذه القوى الخارجية معدوم، أي طاقتها الميكانيكية محفوظة:

$$\Delta E_m = \sum W_{\overrightarrow{F_{ext}}} = 0.$$

إنها خاصية أساسية للقوى المركزية. هناك خاصية أخرى خارج برنامج التعليم الثانوي، وهي انحفاظ العزم الدوراني للقوى المركزية.

بما أن $E_m = E_c + E_p$ (مجموع الطاقتين الحركية والكامنة)، نستنتج العبارة:

$$E_m = 0.5mv^2 - GMm/r = cste.$$

لتحديد شكل العبارة، نوظف حالة الحركة الدائرية المنتظمة حيث $V^2 = GM/r$، ومنه $E_c = 0.5\ Gm/r$ ومنه $E_m = -GMm/2r$.

في حالة الإهليج، تكون صيغة العبارة صالحة بشرط إدخال مقدار مميز ثابت للطول بدلًا من r المتغير. هذا المقدار هو a، نصف قطر الأعظمي للإهليج. تصبح عبارة الطاقة الميكانيكية للقمر في المدار الإهليجي:

$$E_m = -GMm/2a.$$

بهذه الطريقة، يمكن تكييف علاقات المسار الدائري لتصبح ملائمة للمسار الإهليجي، بشرط التأكد من صحتها. مثلًا، لماذا لا نعوض r بـ b (نصف القطر الأصغر)؟ يمكن البرهان على أن هذه العملية تؤدي إلى قيم سالبة لـ E_c في بعض الحالات، عكس التعويض بـ a.

يمكن استنتاج عبارة سرعة الكوكب في المدار الإهليجي من العلاقة:

$$E_m(r) = -GMm/2a = 0.5mv(r)^2 - GMm/r.$$

ومنه

$V^2(r) = 2GM((1/r) - (1/2a))$. وبالتالي، $v(r) = \sqrt{2GM(1/r - 1/2a)}$. وفي حالة مدار دائري، أي $a = r$، نجد عبارة السرعة المدارية على الدائرة كما يلي $v(r) = \sqrt{GM\frac{1}{r}}$، أي أن السرعة المدارية تتناقص مع زيادة r.

<u>عبارات الطاقة والسرعة في المدار الدائري:</u>

$$v(r) = \sqrt{GM\frac{1}{r}} \text{ و } E_P = -GM/r \text{ و } E_c = +0.5GM/r \text{ و } E_m = -GM/2r.$$

تسمح عبارة الطاقة الميكانيكية بتفسير خصائص السرعة على المدار الإهليجي والمدار الدائري:

- بما أن E_m ثابتة و r ثابت، نستنتج أن السرعة ثابتة والتسارع ناظمي (مركزي) دون وجود تسارع مماسي، كما أن القوة مركزية.
- في حالة الإهليج، تكون السرعة متغيرة وتتعلق بوضعية المتحرك. كلما نقص r زادت السرعة، أي السرعة أعظمية في نقطة الحضيض (الأقرب من الكوكب المركزي)، وتكون أصغرية كلما ابتعد القمر عن الكوكب، وتأخذ القيمة الأصغرية في نقطة الأوج (أبعد نقطة عن الكوكب). من الحضيض إلى الأوج، تتناقص السرعة حتمًا، أي أن التسارع المماسي يعاكس السرعة التي تتناقص شدتها. أما من الأوج إلى الحضيض، فالسرعة تتزايد، ويكون للتسارع المماسي نفس جهة السرعة.

6. اقتراح وضعية إدماجية مصححة تشمل قو انين كبلر ونيوتن والطاقة وخصائص الإهليج ونصف قطر الانحناء

مثالان لتمرينين من امتحانات تعليمية الفيزياء للسنة الرابعة فيزياء-المدرسة العليا للأساتذة، القبة

- يُظهر الشكل 1 مسار قمر m حول كوكب S، حيث $\overrightarrow{v_B}$ تُمثّل شعاع سرعة القمر في الوضع B و $\overrightarrow{F_{A/M}}$ القوة المطبقة على M من قِبل القمر عند مروره بالوضع A.
- هل الخصائص المقترحة التالية صحيحة أم خاطئة؟ ولماذا؟

الخصائص المقترحة	صحيحة	خاطئة	لماذا؟
معلم الدراسة ممركز في O مركز الإهليج.			
F تُمثل القوة المطبقة على القمر عند مروره بالوضع H.			
مدة الحركة من B إلى D تساوي مدة الحركة من D إلى A.			
مدة الحركة من B إلى D أصغر من مدة الحركة من D إلى A.			
طاولة التسارع الناظمي $\Upsilon_n = v^2/r$ حيث r هو المسافة بين الكوكب والقمر.			

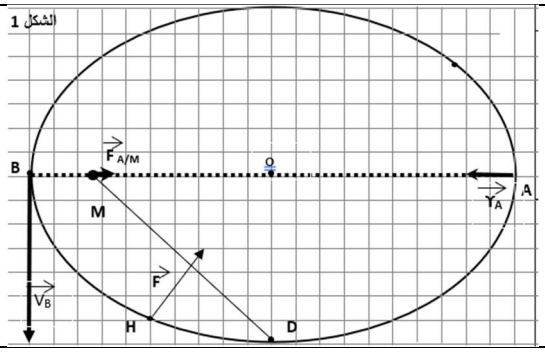
2. بالاعتماد على قانون الجاذبية والمبدأ الأساسي للتحريك (م.أ.ت) والخصائص الهندسية للإهليج، برهن أن $v_B.r_B = v_A.r_A$.

برهن أن الطاقة الميكانيكية E_m للقمر m في مجال جاذبية الكوكب M ثابتة.

علمًا أن قيمتها تساوي $E_m = -GMm/2a$، استنتج عبارة طاولة السرعة v بدلالة r وm وM وG ونصف قطر الإهليج a.

ارسم شعاع السرعة في A وD مع الشرح.

النقطة	طول أو عدد الخانات لشعاع السرعة مع التبرير
A	
D	



ارسم القوة المطبقة على القمر عند مروره في الوضع D، مبررًا إجابتك، علمًا أن $\overrightarrow{F_{A/M}}$ ممثلة بشعاع طوله $0.5cm$، أي خانة واحدة.

3. علما أن شعاع التسارع $\overrightarrow{\Upsilon_A}$ للقمر في A ممثل بشعاع طوله $1cm$، أي بخانتين، ارسم شعاع تسارع القمر مبررًا إجابتك.

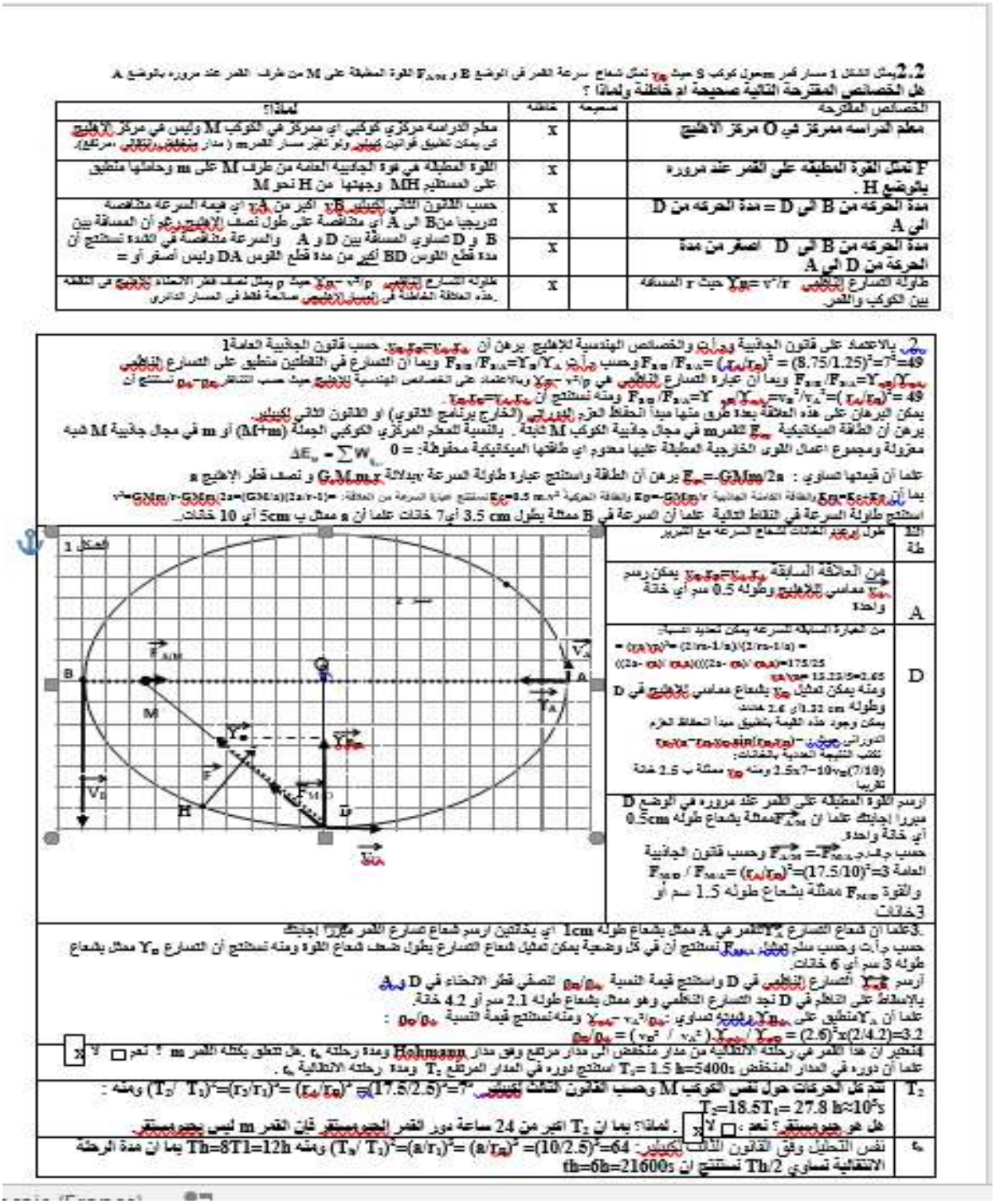
علمًا أن $\Upsilon_{nA} = v_A^2/\rho_A$ وليس $\Upsilon_{nA} = v_A^2/r_A$ ، ارسم $\overrightarrow{\Upsilon_{nD}}$ التسارع الناظمي في D واستنتج قيمة النسبة ρ_D/ρ_A لنصفي قطر الانحناء في D وA وقارنه بـ r_D/r_A.

4. نعتبر أن هذا القمر في رحلته الانتقالية من مدار منخفض إلى مدار مرتفع وفق مدار هوهمان، ومدة رحلته t_h. هل تتعلق بكتلة القمر m ؟

نعم ☐ لا ☐

علمًا أن دوره في المدار المنخفض $T_1 = 1.5h = 5400s$، استنتج دوره في المدار المرتفع T_2 ومدة رحلته الانتقالية t_h.

T_2	هل هو جيومستقر؟ نعم ☐ لا ☐
t_h	



الوضعية 2

تم إطلاق القمر الاصطناعي MSL (Mars Science Laboratory) من قِبل ناسا (NASA) يوم 2011/11/26 نحو المريخ لدراسة خصائص تربة المريخ وغلافه الجوي بواسطة مجموعة أجهزة مصممة في روبوت (robot) يُدعى Curiosity. ساهم في تصميمه الفيزيائي الجزائري نور الدين مليكشي، الذي كان طالبًا في جامعة باب الزوار سنة 1976. تتكون العملية، التي استغرقت 255 يومًا (أي $2.20 \times 10^7 s$)، من ثلاث مراحل: المرحلة الأولى، وضع MSL في مدار دائري على ارتفاع $200km$ من سطح الأرض، ثم المرحلة الثانية وفق مدار هوهمان، الممثل في الشكل أدناه. وأخيرًا المرحلة الثالثة، وضع MSL في مدار دائري على ارتفاع $200km$ من سطح المريخ. بعد ذلك ينفصل Curiosity ويهبط على سطح المريخ ليبدأ أعماله.

بعض المعطيات: نصف قطر مدار الأرض حول الشمس: $R_1 = 1.50 \times 10^8 km$ و $1an = 3.1 \times 10^7 s$.

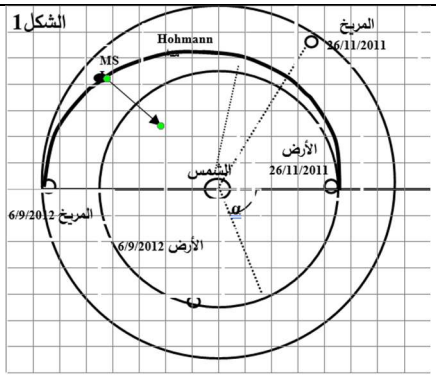
نصف قطر مدار المريخ حول الشمس: $R_2 = 2.28 \times 10^8 km$ ودوره $T_{Mars} = 1.88 ans$.

كتلة الشمس: $M_S = 2.10^{30} kg$ وثابت الجاذبية العامة: $G = 6.67 \times 10^{-11}\ S.I$.

1. أكمل الجدول التالي، وارسم على الشكل القوة المطبقة على MSL المرسوم، مع التعليل.

المرحلة	المرحلة الأولى	المرحلة الثانية	المرحلة الثالثة
معلم الدراسة	المعلم المركزي الأرضي	المعلم المركزي الشمسي، أي معلم كوبرنيكس	المعلم المركزي المريخي
القوة الأساسية المسببة للحركة	قوة الجاذبية من قِبل الأرض على MSL	قوة الجاذبية من قِبل الشمس على MSL	قوة الجاذبية من قِبل المريخ على MSL
التحليل	بما أن القمر يدور حول الأرض بحركة دائرية (حتمًا منتظمة)، فإن القوة الوحيدة المسببة هي $\overrightarrow{F_{Terre/MSL}}$ حسب المبدأ أ.ت	بما أن القمر له مسار إهليجي أحد محرقيه الشمس، فالقوة المسببة هي $\overrightarrow{F_{Soleil/MSL}}$ حسب قوانين كبلر والمبدأ أ.ت.	بما أن القمر يدور حول المريخ بحركة دائرية (حتمًا منتظمة)، فإن القوة الوحيدة المسببة هي $\overrightarrow{F_{Mars/MSL}}$ حسب المبدأ أ.ت.

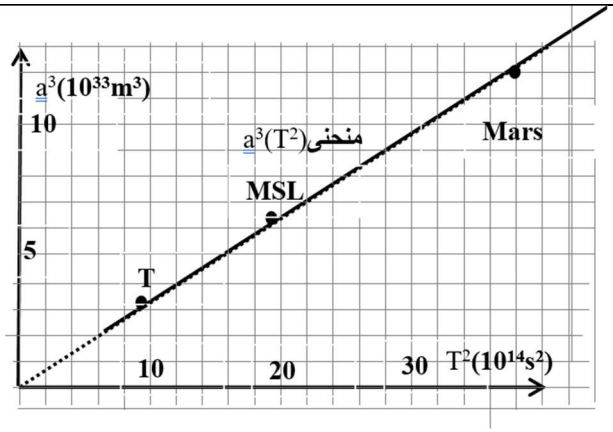
الشكل1



2. حدد قيمة الزاوية α مع التعليل. حسب النص استغرقت الرحلة 255 يومًا، من 26 نوفمبر 2011 إلى 6 سبتمبر 2012. بما أن حركة الأرض بالنسبة للشمس دائرية منتظمة، وشعاع انتقالها يمسح زاوية $360°$ خلال سنة (365 يومًا)، يمكن اعتبار أن شعاع انتقال الأرض يمسح زاوية $255°$ خلال 255 يومًا. وبالتالي، فإن الزاوية α تساوي تقريبًا $105°$. إنها حالة خاصة من القانون الثاني لكبلر!

2.من المعطيات والنتائج السابقة، يمكن التأكد من قانون كبلر الثالث. ما هي معطيات الجدول التالي الذي يسمح برسم منحنٍ ملائم على شكل مستقيم للتأكد من القانون الثالث لكبلر؟ (المطلوب إكمال الجدول ورسم المنحنى). ما هي عبارة وقيمة ميل هذا المنحنى؟

	الأرض	MSL	المريخ
$a(m)$	$1.5\ 10^{11}$	$1.89\ 10^{11}$	$2.28\ 10^{11}$
$a^3(m^3)$	$3.38\ 10^{33}$	$6.75\ 10^{33}$	$11.8\ 10^{33}$
$T(s)$	$3.1\ 10^{7}$	$4.4\ 10^{7}$	$5.8\ 10^{7}$
$T^2(s^2)$	$9.6\ 10^{14}$	$19.4\ 10^{14}$	$33.9\ 10^{14}$



يمكن رسم المنحنى $a^3(T^2)$ أو $T^2(a^3)$. نتحصل على خط مستقيم امتداده (لماذا؟) يمر من المبدأ.

من المنحنى نحسب ميله k. نجد

$$k = 10 \times 10^{33}/32 \times 10^{14} m^3/s^2 \approx 3.10^{18} m^3/s^2$$

هل القانون الثالث لكبلر محقق؟ حسب هذا القانون:

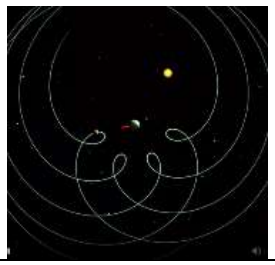
$$a^3 = (GM/4\pi^2)T^2.$$

بعد تعويض G و M بقيمتيهما نجد

$$GM/4\pi^2 = 6.67\ 10^{-11} \times 2 \times 10^{30}/40 \approx 3.10^{18} m^3/s^2 \approx k$$

	نعم القانون الثالث لكبلر محقق حسب هذه المعطيات.

من الجانب التاريخي يعتبر "تراجع المريخ" من الظواهر الفلكية التي كانت من الأسباب الرئيسية لصعوبات تطور الميكانيك.

ما هي هذه الظاهرة؟	اذكر أسماء بعض العلماء المهتمين بها؟	اذكر اسم عالم ساهم في "معالجتها"، وكيف؟
تراجع المريخ ظاهرة فلكية ناتجة عن شكل مسار المريخ بالنسبة إلى معلم سطحي أرضي. بدلًا من مسار دائري للكواكب الأخرى، مسار المريخ يحتوي على "حلقات". 	اقترح العالم بطلميوس (Ptolemy) "حلًا" معقدًا باستعمال "فلك التدوير" وإزاحة مركز الدوران، في كتابه "المجسطي"، وظلت نظريته سائدة لأكثر من 10 قرون! وقد تعرضت لنقد من بعض العلماء المسلمين، مثل ابن سينا، والبيروني، وابن الهيثم. طور العالم الدانماركي تيكو براهي (Tycho Brahe)أفكار بطلميوس قليلًا، حيث كانت هذه الأفكار ناتجة عن سوء اختيار المعلم لدراسة حركة المريخ، باعتبار أن المعلم السطحي الأرضي معلمًا مطلقًا وساكنًا، وأن الأرض مركز الكون.	تمت معالجة هذه الصعوبات باعتبار المعلم المركزي الشمسي هو الأنسب للدراسة، لأن الكواكب تدور حول الشمس وليس حول الأرض. الشمس هي مركز الكون وليست الأرض. العالم الذي اقترح هذه الفكرة هو كوبرنيكوس، أما كبلر فقد طبق أفكار كوبرنيكوس.

7. خلاصة

يمكن اعتبار فقرة قوانين كبلر ودراسة الظواهر الفلكية فرصة ثمينة لاقتراح وضعيات إدماجية تسمح للتلاميذ بالتدرّب على مناقشة وحل مسائل جذابة تختلف عن المسائل الجافة التي تعتمد على الحفظ وتطبيق علاقات غير مفهومة. يُسهم إدخال هذا النوع من الوضعيات في تغيير نمط امتحان البكالوريا، مع إدخال تعليم الفيزياء في الأقسام وفق المقاربة بالكفاءات بكل أبعادها.

المراجع

[1] وزارة التربية الوطنية، مناهج التعليم الثانوي، 2005.
[2] الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات، امتحان شهادة البكالوريا، مادة العلوم الفيزيائية.
[3] المركز الوطني للتعليم عن بعد، دروس العلوم الفيزيائية للسنة الثالثة ع. ت. و ر. وت.ر.
[4] عدد كبير من مواقع على شبكة الإنترنت.
[5] مطبوعات وامتحانات مادة تعليمية الفيزياء1 للسنوات 2000 – 2019، المدرسة العليا للأساتذة، القبة.