التحليل البُعدي
منطلقاته الإبستمولوجية وفوائده التّكوينية (2)

محمد الطيب سعداني
أستاذ متقاعد بقسم الكيمياء، المدرسة العليا للأساتذة، القبة
mohamedens13@gmail.com

"لا تجرينّ أبدا (في العلوم الفيزيائية) عملية حسابية دون المعرفة القبلية لنتيجتها."
جـ ويلر (J. Wheeler)

1. الفوائد المرجوّة من ترسيخ تعليم التحليل البعدي

ما من شكّ في أنّ التّمرس على استخدام تحليل الأبعاد يعزّز لدى المتعلمين فهمًا أعمق للمنهج العلمي، ويساهم في تنمية عدد من الملكات الأساسية المرتبطة به، من خلال تطوير قدراتهم التحليلية، وصقل تفكيرهم النقدي، وتمكينهم من فهم أعمق للمفاهيم الفيزيائية، وتلكم هي الغاية الأسمى من تعليم العلوم الفيزيائية. ونورد فيما يلي، بكثير من الإيجاز، جملة من هذه الملكات التي يُجمع عليها أهل الاختصاص.

- **تعزيز التفكير المنطقي**

يتطلّب تحليل الأبعاد من الطلّاب التحقّق من تجانس الوحدات في معادلة تصف ظاهرة فيزيائية. ويرسّخ هذا النمط من السّلوك لديهم ملكة التفكير المنطقي المنهجي، ويُكسبهم قدرة تلقائية على التحقق من صحّة كل علاقة يتوصّلون إليها، وعلى التثبّت فيما إذا كانت النتائج المحصّلة ممكنة فعلًا أم لا. وبذلك، تتعزّز لديهم القدرة على اكتشاف الأخطاء وتصويبها، وذلك هو حجر الزّاوية في التربية العلمية.

- **إدراك العلاقات بين المقادير**

باستخدام تحليل الأبعاد، يكتشف الطلاب العلاقات بين كميات فيزيائية مختلفة، قد تبدو، للوهلة الأولى، أن لا صلة بينها (مثل القوة والمسافة والكتلة) ممّا يتيح لهم فهم كيفية ترابط متغيرات بعلاقات، وإمكان تفسير الظواهر الفيزيائية بعلاقات أساسية بسيطة دونما حاجة، في كثير من الأحيان، إلى معرفة تفاصيل القوانين بالضرورة. ويُعدّ هذا النمط من التبسيط مكسبًا أساسيًا في تعلّم العلوم، إذ يسمح باختزال ظواهر معقّدة إلى مفاهيم أقلّ تعقيدًا، ومن ثمّ أيسر فهمًا.

- **تطوير القدرة على التجريد والنّمذجة**

يُعدّ التحليل البعدي مثالًا على النّمذجة المبسّطة التي تساعد المتعلمين على الانتقال من مشكلة ملموسة إلى تمثيل تجريدي. والانتقال من الملموس إلى المجرد يُعدّ من صلب المنهج العلمي، حيث تُستعمل المفاهيم النظرية لنمذجة الظواهر الملحوظة، ممّا يسمح للطلبة بتعميم النتائج وفهم كيفية تطبيق المبادئ العامة على أنظمة معيّنة مختلفة.

- **التحقق من صحّة النتائج**

يُعدّ تحليل الأبعاد أداةً فعّالة للتحقّق من صحّة صيغة أو نتيجة فيزيائية، وهذا أمر بالغ الأهمية في التربية العلمية. إذ إن تعويد الطلاب على التحقق بصورة آلية منهجية من الوحدات والأبعاد، من شأنه أن ينمّي فيهم فطرة التحقق التلقائي من نتائجهم وفيما إذا كانت هذه النتائج متّسقة منطقيًا وفيزيائيًا.

- **تنمية التفكير النقدي**

معلوم أنّ تحليل الأبعاد لا يُفضي إلى قيم دقيقة مكتملة، إنّه يعطي فقط رتب مقادير والبنى العامة للعلاقات. وتدريب الطلاب على اعتماد منهجية تمكّنهم من تحديد العلاقات بين المتغيرات، دون توفّر قياسات دقيقة، كفيلٌ بتطوير تفكيرهم النقدي وبتوريثهم فطنةً يقظة تجعلهم يتبنّون الشّك المنهجي ليس فقط في قيم المقادير، بل وحتّى في العلاقات بين المقادير، وتحديد ما هو جوهري في مشكلة معينة.

إنّ استعمال التّحليل البُعدي لا يقتصر على مجالات الفيزياء والهندسة فحسب، بل إنه يشمل علومًا أخرى مثل الكيمياء وعلوم الأحياء. وهو يُكسب طلّاب كلّ هذه العلوم مهاراتٍ من شأنها أن تُعدّهم للبحث العلمي في مستقبل أيامهم. وجملة القول: إنّ التحليل البُعدي يُعدّ أداةً منهجية أساسية تجمع بين البساطة والقوّة والعمق والعمومية، وتنمّي لدى الطلّاب الحدس الفيزيائي والتفكير المنهجي النقدي. وهي ملكاتٌ يكتسبونها بتعويدهم التحقق من تجانس أبعاد المعادلات، ومهارات أخرى أساسية لتجنب الأخطاء في الحسابات المعقدة.

وبديهيٌ أنّه يكون من المستحسن، من أجل كل هذا، أن يُزوَّد الطلّاب بهذه المنهجية في وقتٍ مبكّرٍ من تعلّمهم، مع مراعاة مقتضيات التحويل التعليمي. ولذلك، ندعو إلى مزيد من العناية به؛ ندعو إلى تبنّيه كمنهجية بيداغوجية في ترسيخ ملكات علمية أساسية، منها: اختبار التجانس في المعادلات، وتبسيط المعقّد، واستيعاب المفاهيم وفهمها، واكتساب الدقة العلمية، والقدرة على التنبؤ، وذلك بتعزيز مهاراتهم التحليلية والتركيبية.

2. حدود التحليل البعدي

إذا كان لا جدال في أنّ تحليل الأبعاد طريقة يُعتدّ بها في التحقق من اتساق المعادلات الفيزيائية وفي تبسيط المشكلات المعقدة عن طريق تقليل عدد المتغيرات، فذلك لا يعني أنّه خلوّ تمامًا من بعض أوجه القصور، التي نذكر منها:

- من المبادئ التي يرتكز عليها تحليل الأبعاد مبدأ الإهمالية (negligeability)، أي تقدير أنّه يمكن عدم الاكتراث بتأثير بعض المتغيرات في تطوّر النظام المدروس، وقد ينجرّ عن هذا خطأ في النتائج إذا كانت هناك إساءة في التقدير. وبعبارة أخرى، فإنّ الفرضيات الاختزالية -التي يعتمدها تحليل الأبعاد لتبسيط دراسة الظواهر بالتقليل من عدد المتغيرات- إن كانت غير صحيحة، فإنه- تبعًا لذلك- ستكون النتائج التي يفضي إليها تحليل الأبعاد غير صحيحة أيضًا بالضرورة.
- عدم تمكينه من تحديد الثوابت التي لا أبعاد لها، مثل 2π في عبارة دورة النواس.
- عدم تمكينه من الحصول على العلاقات الدقيقة مكتفيًا بالشكل العام للمعادلة فقط.
- قصوره -وحده- عن الإيفاء بوصف النظم المعقدة وتحديد العلاقات بين المتغيرات التي تصفها.

ومجمل القول إنّ تحليل الأبعاد أداة جدّ مفيدة وكافية للتحقق من اتساق المعادلات وللحصول على معلومات نوعية حول العلاقات بين المقادير الفيزيائية في غالبية الحالات. لكنه لا يكفي، وحده، عندما يتعلق الأمر بنُظم فيزيائية جدّ معقدة.

3. مكانة التحليل البعدي في التعليم في بلادنا وتقديم طريقة العامل

نقصد بالتعليم التعليم العام حصرًا، حيث لا جدال في أنّ الزّمن المخصص لتدريسه لا يكاد يتجاوز الحصتين في الأقسام العلمية، في مطلع السنة الدراسية، وأن الأساتذة يدمجون هذه الطريقة في دروس الفيزياء في مواطن قليلة، تكاد تنحصر في أمثلة كلاسيكية، من أكثرها رواجًا: اكتشاف علاقة الدّور T_0 (مدّة الذبذبة) النظرية لمذبذب توافقي لكتلة متّصلة بنابض حيث $T_0 = Cm^{\frac{1}{2}}k^{-\frac{1}{2}}$.

ولا يحظى التحليل البعدي بتقويم باستثناء أسئلة رتيبة في بعض الامتحانات. ذلكم ما يتعلّق بمكانته في الفيزياء. ولا يوجد ذكر للتحليل البعدي في دروس الكيمياء في بلادنا رغم رواج طريقة العامل (label factor method) -المعروفة أيضًا باسم طريقة عامل التحويل- كتقنية شائعة الاستخدام في جل بلاد العالم (وهي تقنية متفرّعة عن التحليل البعدي) تمكّن من اختصار مراحل حلول جل المسائل في الكيمياء. ومن أجل ذلك أودّ اغتنام فرصة كتابة هذا المقال لعرض خطوطها العامة:

- تعتمد هذه الطريقة على الفكرة الأساسية أنه:

$$a = b \Rightarrow \frac{a}{b} = 1 \quad ; \quad \frac{b}{a} = 1$$ والضرب في 1 لا يغير قيمة المقدار.

تُسمّى النسبتان $\frac{a}{b}$ و$\frac{b}{a}$ عاملي تحويل، ويُختار منهما العامل الذي بضربه في المقدار المعطى (المراد تحويل وحدته) يؤدي إلى اختزال الوحدات بينهما.

وهكذا، يمكن الانتقال من نظام وحدات إلى آخر (التحويلات بين الوحدات) عن طريق ضرب المقدار المراد التعبير عنه بوحدة أخرى في هذا العامل:

المقدار بالوحدة المرغوب فيها = المقدار بالوحدة المعطاة × عامل التحويل.

وتنطوي هذه الطريقة على الخطوات التالية:

1- كتابة الكمية المعطاة في البدء بوحدتها،

2- تحديد عامل (أو عوامل) التحويل أي العلاقات بين الوحدات المختلفة،

3- ترتيب عوامل التحويل على كسور لإلغاء الوحدات غير المرغوب فيها،

4- ضرب الوحدات وتبسيطها للحصول على الوحدة المطلوبة.

تستعمل عوامل التحويل في الحسابات الكيميائية لإجراء التحويلات بين وحدات مثل الكتلة والحجم أو كمية المادة أو الطاقة، ومن عوامل التحويل الكتلة المولية M بوحدة الـ $gmol^{-1}$. تُستخدم الكتلة المولية للتحويل بين الجرام والمول وبين المول والجرام.

$$M_{(g)}(X) \xleftrightarrow{\frac{1}{2}} 1mol(X) \qquad \frac{1\ mol(X)}{M_{(g)}(X)}(1) \qquad \frac{M_{(g)}(X)}{1\ mol(X))}(2).$$

على سبيل المثال، إذا أردنا التعبير عن كتلة مقيسة بالجرامات (g) في تفاعل كيميائي بمقدار مقيس بالمولات (mol)، نستعمل عامل التحويل (1):

$$m_{(g)}(X)\frac{1\ mol(X)}{M_{(g)}(X)} = m_{(g)}(X)\frac{1\ mol(X)}{M_{(g)}(X)} = n_{mol}(X).$$

وإذا أردنا التعبير عن مقدار مقيس بالمولات (mol) بكتلة مقيسة بالجرامات (g) في تفاعل كيميائي، نستعمل عامل التحويل (2):

$$n(mol)(X)\frac{M_{(g)}(X)}{1(mol)(X)} = nM_{(g)}(X) = m_g(X).$$

ومن عوامل التحويل المستعملة بكثرة ثابت أفوجادرو: $N_A = 6{,}022\ 140\ 76 \times 10^{23}\ mol^{-1}$ (الذي ثبتت قيمته بصورة نهائية في تاريخ 2019/05/20)، والذي يُستخدم للتحويل بين المولات والجزيئات، والحجم المولي للغاز ($0{,}022\ 414\ m^3/mol^{-1}$) $V_m = 22{,}414\ Lmol^{-1}$ في الظروف العادية لدرجة الحرارة والضغط

(CNTP: 0 °C و101 325 Pa)، ويُستخدم للتحويل بين أحجام ومولات الغاز وعامل التحويل بين وحدات الطاقة 1cal = 4,184 J، إلخ.

وقد نحتاج إلى أكثر من عامل تحويل واحد، كما هو الحال عند التعبير عن تركيز معطى بـ %(m,m) إلى تركيز بالمولارية، أي بـ $molL^{-1}$، كما في المثال التالي:

لنفرض أننا نريد حساب التركيز المولي c لمحلول من حمض الهيدروكلوريك HCl انطلاقًا من المعطيات المدوّنة على الملصق المثبّت على القارورة الخاصة بهذا الحمض التجاري، والتي نستفيد منها أنّ النسبة الكتلية المئوية لـ HCl هي % (m,m) = 37 % ، وأنّ كتلته المولية هي M_{HCl}=36,46 $gmol^{-1}$، وأنّ كتلته الحجمية هي $\rho = 1,19\ cm^{-3}$.

Hydrochloric Acid 37%
Molecular Formula : HCl
Formula Weight : 36.46 g/mol
Density : 1.19 g/cm³

ملاحظات:

- تُترجم density في اللغة الإنكليزية، في سياق مقالنا، بالكتلة الحجمية لا بالكثافة.
- لا نحبّذ استعمال مصطلح النقاوة، ونفضّل استعمال النسبة الكتلية المئوية بدله.

النسبة % 37 = %(m,m) تعني أنه يوجد 37 g(HCl) في كل 100 g من المحلول (solution)، أي أن

$$37\%(m,m) = \frac{37\ g(HCl)}{100\ g(solution)} = \frac{x\ mol(HCl)}{1\ L(solution)} ?$$

أي أن وحدتي الانطلاق هما الجرامات لكل من المحلول والمذاب ونريد أن نعبّر عن هذا التركيز في النهاية بالمول من المذاب في اللتر من المحلول: $molL^{-1}$

$$37\%(m,m) = \frac{37\ g(HCl)}{100\ g(solution)} = \frac{x\ mol(HCl)}{1\ L(solution)} ?$$

$$\frac{37\ g(HCl)}{100\ g(solution)} \times \ldots \times \ldots \times \ldots = \frac{x mol(HCl}{1\ L(solution)}$$

نحتاج إلى العامل $\frac{1\ molHCl}{36,46\ gHCl}$ لتحويل 37 g من HCl، المنحلة في 100 g من المحلول إلى عدد مولات HCl المنحلة في 100 g من المحلول،

ونحتاج إلى العامل $\frac{1,19\ g(solution)}{1\ cm^3(solution)}$ لتحويل عدد مولات HCl المنحلة في 100 g من المحلول إلى عدد مولات HCl المنحلة في $1cm^3$ من المحلول،

ونحتاج إلى العامل $\frac{1000\ cm^3(solution)}{1\ (Lsolution)}$ لتحويل عدد مولات HCl المنحلة في $1cm^3$ من المحلول إلى عدد مولات HCl المنحلة في 1L من المحلول.

$$\frac{37g(HCl)}{100\ g(solution)} \frac{1\ mol(HCl)}{36,46\ g(HCl)} \frac{1,19\ g(solution)}{1\ cm^3(solution)} \frac{1000\ cm^3(solution)}{1\ L(solution)} = \frac{xmol(HCl)}{1\ L(solution)}$$

$$\frac{37\cancel{g(HCl)}}{100\ \cancel{g(solution)}} \frac{1\ mol(HCl)}{36,46\ \cancel{g(HCl)}} \frac{1,19\ \cancel{g(solution)}}{1\ \cancel{cm^3(solution)}} \frac{1000\ \cancel{cm^3(solution)}}{1\ L(solution)} = \frac{12\ mol(HCl)}{1\ L(solution)}$$

$$= 12\ M = c$$

بسّطنا الطّريقة لإظهار كلّ مراحلها. والواقع أن لا حاجة لذلك، فبشيء من التدريب يمكن تلخيصها في سطر واحد، وهذا هو الدّارج في أغلب بلاد العالم.

ونرى، مثلًا، استعمال الأعداد الستكيومترية (التّسمية الرّسمية المعتمدة، لا "المعاملات")، وهي أعداد تستعمل في المعادلات الكيميائية الموازنة للإشارة إلى النسب التي تتفاعل وفقها المتفاعلات وتنتج وفقها النواتج في تفاعل كيميائي، كعوامل تحويل.

- ليكن التفاعل المنمذج بالمعادلة التالية:

$$4Ag(s) + 2H_2S(g) + O_2(g) \rightarrow 2Ag_2S(s) + 2H_2O(l)$$

إذا وضع في الوسط التفاعلي 0,950 g من Ag و0,140 g من H_2S و0,0800 g من O_2، فما يكون عدد جزيئات $Ag_2S(s)$ الناتجة على فرض أنّ مردود التفاعل 98,5 %؟

$$M_{Ag} = 107{,}87\ gmol^{-1}, M_{H_2S} = 34{,}08\ gmol^{-1}, M_{O_2} = 32{,}00\ gmol^{-1}$$
$$M_{Ag_2S} = 247{,}80\ gmol^{-1}, M_{H_2O} = 18{,}02\ gmol^{-1}$$

يتضح من الأعداد الستكيومترية للمعادلة الكيميائية:

$$4Ag(s) + 2H_2S(g) + O_2(g) \rightarrow 2Ag_2S(s) + 2H_2O(l)$$

أنّ من بين عوامل التحويل المفيدة للإجابة عن السؤال:

$$1\ molH_2S \leftrightarrow 34{,}08\ gH_2S \Rightarrow \frac{1\ molH_2S}{34{,}08\ gH_2S} \text{و} 2\ molH_2S \leftrightarrow 2\ molAg_2S \Rightarrow \frac{2\ molAg_2S}{2\ molH_2S}$$
$$1\ molH_2S \leftrightarrow 6{,}022.10^{23} molecAg_2S \Rightarrow \frac{6{,}022.10^{23} molecAg_2S}{1\ molAg_2S}.$$

ومن ثمّ (ملاحظة: molec اختصار لـ molecule بالإنكليزية وmolécule بالفرنسية أي الجزيء) لا نبسط كيفية الوصول إلى إنّ المتفاعل المحدّد هو H_2S، فليس ذلك موطن اهتمامنا، ومن ثمّ نكتب مباشرة:

$$0{,}140\ gH_2S \frac{1\ molH_2S}{34{,}08\ gH_2S} \frac{2\ molAg_2S}{2\ molH_2S} \frac{6{,}022.10^{23} molecAg_2S}{1\ molAg_2S} \frac{98{,}5}{100} = 2{,}44.10^{21} molecAg_2S.$$

$$0{,}140\ \cancel{gH_2S} \frac{1\ \cancel{molH_2S}}{34{,}08\ \cancel{gH_2S}} \frac{2\ \cancel{molAg_2S}}{2\ \cancel{molH_2S}} \frac{6{,}022.10^{23} molecAg_2S}{1\ \cancel{molAg_2S}} \frac{98{,}5}{100} = 2{,}44.10^{21} molecAg_2S.$$

4. الخاتمة

عرضنا في مقالنا هذا الأسس الإبستمولوجية للتحليل البعدي لإظهار صلته الوثيقة بالمنهج العلمي وما له من أهميّة في التربية العلمية الحقّة، وقدّمنا طريقة العامل كتقنية شائعة الاستخدام في جل بلاد العالم في تدريس الكيمياء. ولا شك عندي في أنّ مقالًا بمثل هذه الوجازة لن يوفّي الموضوع حقّه، فموضوع بهذه الأهمية يتطلّب المزيد من البسط والتعمّق. غير أنّه لم يكن من مقاصدي تقديم عرض علمي شامل مكتمل عن التحليل البعدي، وإن كنت قد وُفّقت في لفت الانتباه إلى ضرورة إيلائه مزيدًا من العناية في مناهجنا التعليمية في مختلف المراحل، فذلك حسبي وغايتي.

فلم يكن غرضي سوى الإشارة إلى ما في ترسيخ التحليل البعدي في تعليمنا من فوائد جمّة، من أهمّها تمكين المتعلّمين من التحقق من تجانس المعادلات التي يكتبونها، ومن أن للمعادلة المتجانسة حظوظًا في أن تكون صحيحة، فيما تكون المعادلة غير المتجانسة خاطئة بالتأكيد. كما يهدف المقال إلى إكساب المتعلمين القدرة على استعمال الاستدلال الاستقرائي -وهو السّائد في العلوم التجريبية كلها- وبذلك ينمو لديهم الحسّ الفيزيائي، أي القدرة على التنبؤ بشكل العلاقات بين المقادير الفيزيائية المختلفة دون الحاجة إلى معادلات معقّدة. أي، في نهاية المطاف، فهم الظواهر بدل الاكتفاء بتفسير سطحي لها، كما هو سارٍ في أغلب الحالات. فباستخدام هذه الطريقة، يُرجى أن يكتسب الطلاب حدسًا فيزيائيًا وفهمًا أعمق للقوانين الفيزيائية.

رابط الجزء الأول من المقال: https://www.ens-kouba.dz/magazine/pdf/n15/article15-1.pdf

مراجع

[1] سعداني، محمد الطيب، مدخل إلى تدريس العلوم الفيزيائية في السنوات الأولى الجامعية، مطبعة الورسم، 2018.

[2] Bridgman, P. W. Dimensional Analysis, New Haven: Yale University Press, 1922.

[3] Gibbings, J. C. Dimensional Analysis, Springer, 2014.

[4] Lemons, Don S. A Student's Guide to Dimensional Analysis, Cambridge University Press, Cambridge, 2017.

[5] Macagno, E. O. Historico-critical review of dimensional analysis. Journal of the Franklin Institue, 292(6), (1971), 391-402.

[6] Santiago, J. G. A First Course in Dimensional Analysis: Simplifying Complex Phenomena Using Physical Insight, The MIT Press, 2019.

[7] Analyse dimensionnelle https://fr.wikipedia.org/wiki/Analyse_dimensionnelle

[8] Hébert, B. La puissance de l'analyse dimensionnelle https://www.youtube.com/watch?v=an3zN3uhDz

[9] Hébert, B. Les 4 utilisations essentielles de l'analyse dimensionnelle https://www.youtube.com/watch?v=_nuMFHPAIE0

[10] Djellal, S. Analyse dimensionnelle, Part 1 (Introduction) https://www.youtube.com/watch?v=WPSyFcqwbgU

[11] Djellal, S. Analyse dimensionnelle, Part 2 (Dimensions, modélisation) https://www.youtube.com/watch?v=fX3foXaLcPU

[12] Djellal, S. Analyse dimensionnelle, Part 3 (Théorème de Vaschy-Buckingham) https://www.youtube.com/watch?v=gqML35S1l_s

[13] Djellal, S. Analyse dimensionnelle, Part 4 (Exemples d'application de Vaschy-Buckingham) https://www.youtube.com/watch?v=43fsc1a0XPE