

إرهاصات حول تطور علم الاحتمالات والإحصاء الرياضي

الجزء الأول: سنوات التأسيس

عبد الوهاب بيبي

أستاذ بجامعة الشهيد العربي بن مهيدي، أم البواقي

abd.bibi@gmail.com

نقدّم في هذا المقال بعض الجوانب الفكرية لعلماء كانوا قد ساهموا في تطوّر علم الاحتمالات والبحث وتطبيقاتها في الاستدلال الإحصائي خلال القرن الماضي، إلى أن أصبح الإحصاء فرعاً من فروع علم الرياضيات التطبيقية، سُبي عندئذ بالإحصاء الرياضي. واحتلّ هذا الأخير مكانة مركزية في التطبيقات الاقتصادية، والفيزياء، وفي مجالات عديدة من العلوم التجريبية، وصار حينئذ "لا يُعتد بغير الذي لا يُعدّ".

1. مقدمة

وردت كلمة الإحصاء في العديد من الآيات القرآنية الكريمة، أذكر منها: "لَقَدْ أَحْصَاهُمْ وَعَدَّهُمْ عَدًّا" سورة مريم، الآية 94، و"... لَا يُغَادِرُ صَغِيرَةً وَلَا كَبِيرَةً إِلَّا أَحْصَاهَا ..." سورة الكهف، الآية 49، و"وَإِنْ تَعُدُّوا نِعْمَةَ اللَّهِ لَا تُحْصُوهَا ..." سورة النحل، الآية 18، وسورة ابراهيم، الآية 34. وقد تعني كلمة "الإحصاء" العلم الشامل، والعدّ، والضبط والإحاطة بكل شيء بعيداً عن العشوائية (Randomisation) والارتياب (Uncertainty) النسبي، خلافاً لما هو معروف اليوم. من هذا المنظور "الديني" تتجلى أهمية الإحصاء كنموذج لتسيير وتصحيح بعض السلوكيات المتوقعة في جلّ مناحي الحياة اليومية. لقد تطورت أهمية الإحصاء عبر مسارات عديدة لعلماء أجلاء جعلوا من الإحصاء علماً دقيقاً، بل فرعاً من فروع الرياضيات النظرية أو التطبيقية. تجلّت هذه التطورات المكثفة في الفترة الممتدة بين الحربين العالميتين الأولى والثانية. لذا سارّكز في هذا المقال على الجوانب البيداغوجية لبعض الأنشطة التي كانت بمثابة حجر الزاوية في نشأة الإحصاء خلال هذه الفترة، مهتمّاً بالجوانب الرياضية والبحثية للاحتتمالات، وكذا بالجانب المنهجي للإحصاء الرياضي، بالرغم من الارتباط الملحوظ والضروري بين الجانبين. هذا التطور كان أحياناً مستقلاً، وأحياناً أخرى كان ارتباطاً وثيقاً بل مطّرداً، وقد نجد الكثير من الأمثلة لهذين المسارين خلال العقدين الممتدّين بين الحربين العالميتين، والتي أدّت إلى تحوّل جذري لهذين الجانبين.

في هذا المقال سارّكز على ذكريات **كرامر** (Cramér) كشاهد على الحقبة الزمنية التي عرفت التطورات الكبرى لعلم الإحصاء، وكمساهم فعال في رقيّ الإحصاء الرياضي، وأخيراً كمدافع شرس على أحقية الإحصاء بأن يكون فرعاً من فروع الرياضيات التطبيقية أو البحثية. المقال مقسّم إلى جزئين: يتضمّن الجزء الأول البوادر الأولى لنشوء علم الاحتمالات والإحصاء أو بالأحرى سنوات التأسيس، أما القسم الثاني فخصّصته لسنوات التنظير والمنهجية الإحصائية.

2. الاحتمالات والبحث قبل 1920

المحاولة الأولى لاستخدام ما نسميه الآن "علم الاحتمالات" للتنبؤ بقيم التردّات تعود في الأصل إلى ما يُعرف بـ "طاولة المقامرين". لقد لاحظ هؤلاء المقامرون أن ما يخسرونه غير منسجم تماماً مع تنبؤاتهم الفعلية لفرص الريح، إلى حدّ أن أحد المقامرين غير المحظوظين كان قد استشار حينها عالم الرياضيات **باسكال** (Pascal) ببواريس في حدود 1650 بشأن

إمكانية زيادة فرص أرباحه. كانت هذه المسألة هي نقطة البداية لدراسة علمية جدية للاحتتمالات، التي أثارت وقتها اهتمامًا كبيرًا.

كان **برنولي** (Bernoulli) حينها، وهو من عائلة علماء الرياضيات السويسرية الشهيرة، قد أشار إلى هذه المسألة في كتابه *Ars Conjectandi* الذي نشر بعد وفاته عام 1713. وتجدر الإشارة هنا إلى الكلمات التي استعملها، وكانت: *Ars Conjectandi, sive, Stochastics*، مما يدل على الظهور الأول لمصطلح ستوكاستيك (Stochastic)، والذي تم استخدامه منذ ذلك الحين بشكل عام. في هذا المؤلف الرائع استعرض برنولي الجانب الرياضي البحت، ملاحظًا إمكانية تطبيقه في عدة مجالات متنوعة، ليس فقط في مجال القمار، بل أيضًا في العلوم الاجتماعية، والاقتصاد، وفي الأرصاد الجوية، مبرهنًا وقتها نظريته المعروفة التي بفضلها يمكن التنبؤ بقيمة تقريبية لتردد ما انطلاقًا من قيمة احتمالية معلومة مسبقًا، والعكس بالعكس. تجدر الإشارة هنا إلى أن برنولي كان أول من تمكن من استخدام المقاربة الاحتمالية كأداة تسمح باستدلالات جد قوية مستمدة من معطيات إحصائية.

أشار كرامر في مداخلته حين دعي إلى مؤتمر فيزر (Pfizer) سنة 1983 إلى أنه في عام 1812، أي بعد قرن تقريبًا من صدور الكتاب *Ars Conjectandi*، صدر لعالم الرياضيات الشهير **لابلاس** (Laplace) كتاب *Théorie analytique des probabilités*، حيث غطى هذا الأخير مجالات واسعة من الرياضيات البحتة والتطبيقات الإحصائية، ومازالت قراءة هذا المؤلف محفزة رغم الانتقادات التي لقيها. ذلك أنه غالبًا ما افتقد الدقة والصرامة الرياضيتين، وهو أمر يثير الدهشة لأنه "تناسى" مناقشة مزايا التطبيقات الرياضية (انظر إلى [3] لمزيد من المناقشات).

بالنسبة للابلاس، فإن تعريف الاحتمال كان مستندًا إلى مفهوم "حالات التساوي الممكنة" أو ما يناسب ألعاب الحظ (أو القمار). كان من الواضح أن هذا التعريف قابل للتطبيق في أي مجال. بالإضافة إلى ذلك، فإن المساهمة الرئيسية للابلاس تمثلت في المبرهنة المعروفة باسم "مبرهنة النهاية المركزية" (Central limit theorem)، والتي لم تكن مبرهنة بشكل تام. ومع ذلك، كان عمل لابلاس نقطة البداية بالنسبة لمعظم الباحثين في ميدان الاحتمالات والإحصاء، ومن وقتها ظهر محوران رئيسيان كان لهما الفضل الكبير لاحقًا في تطور علم الاحتمالات والإحصاء الرياضي. ففي المقام الأول، ظهر محور الباحثين في مبرهنة النهاية المركزية للابلاس، وجاء في المقام الثاني محور الباحثين في الأسس الرياضية لعلم الاحتمالات. فعلاً، كان علماء الرياضيات في القرن التاسع عشر على دراية تامة بأن مبرهنة النهاية المركزية للابلاس لم تتلق أي برهان صارم، وأنه لمن الأهمية بمكان أن تُرفق هذه المبرهنة أو يُنشأ لها برهان دقيق. حينئذ، وبعد عديد المحاولات الفاشلة، نجح أخيرًا عالم الرياضيات الروسي **ليابونوف** (Lyapunov) في عام 1901 في إعطاء برهان كامل ودقيق تحت شروط معينة. كان ليابونوف قد استعمل في برهانه ما يُسمى الآن بالتابع المميز لتوزيع احتمالي. غير أن عمله هذا ظلّ منسحبًا لبعض الوقت، إلى حين 1920، حيث تم تحيين هذا العمل في بعض الأبحاث في المجال ذاته.

من ناحية أخرى، فإن الأسس النظرية لعلم الاحتمالات غالبًا ما ناقشها علماء الرياضيات، والإحصاء، والفلاسفة، ومازالت هذه الأسس موضوعًا مثيرًا للجدل للغاية، فقد حاول بعض الفلاسفة إعطاء معنى واضح لمفهوم "الحالات الممكنة" التي على ضوءها كان لابلاس قد أسس تعريفه العام للاحتتمال، لكنهم لم يخلصوا إلى أية نتيجة مقنعة، وبالتالي فإن هذا المحور من البحث قد أفضى إلى الفشل.

وهكذا سعى بعض الباحثين إلى إيجاد تعريف مختلف جذريًا قائم على استقرار الترددات الإحصائية التي لوحظت تجريبيًا في السلاسل الإحصائية الطويلة. وبالنسبة للأسس النظرية لعلم الاحتمالات، فإن المحاولة الأكثر تفصيلاً في هذا الاتجاه هي محاولة **فون ميزيس** (von Mises)، عالم الرياضيات النمساوي الذي اشتغل لاحقًا في الولايات المتحدة. أسس فون ميزيس نظريته على بديهيتين تتعلقان بنهاية السلوك للترددات الإحصائية في سلسلة غير محدودة من التجارب، وتبعه في ذلك مؤيدون متحمسون، وأيضًا نقاد قاسون. من بين هؤلاء النقاد عالم الاحتمالات الفرنسي الشهير **ليفى** (Lévy)

الذي كتب في مؤلفه لعام 1970: "إنه لمن الممكن التفكير في حل مسألة "تربيع الدائرة" بدلاً من التفكير في صياغة تعريف مرضي ومقنع للاحتمال".

3. عقد من التحضير

إن أعمال فون ميزيس التي ظهرت عام 1919 كانت على أعتاب حقبة جديدة من تأسيس علم الاحتمالات، حيث كان الكثير من الباحثين في هذا الميدان يسعون إلى إمكانية أن يكون علم الاحتمالات علماً طبيعياً من نفس طبيعة علوم الهندسة أو الميكانيك النظرية. كان الغرض من ذلك هو توصيف بعض الظواهر الطبيعية التي يمكن ملاحظتها والمرتبطة بالتجارب "العشوائية"، ليس بشكل دقيق، ولكن بدرجة معينة من التجريد والمثالية. في هذه الأثناء كان يبدو لكثير من الباحثين أنه من الطبيعي التعبير، من وجهة نظر هذه المسألة، بالقول "إن علم الاحتمالات ينبغي أن ينظر إليه كنموذج رياضي لهذه الفئة من الظواهر الطبيعية" (أقصد العشوائية).

ومع ذلك، استمر فون ميزيس في تطوير أبحاثه حتى نهاية عمره، مما أدى لاحقاً، في مؤلف [كولموغوروف](#) (Kolmogorov)، إلى إضفاء الطابع العلمي الصارم لعلم الاحتمالات. ففي مقال نُشر عام 1920 للباحث [بوليا](#) (Pólya) الذي كان يشتغل في سويسرا آنذاك، ثم اشتغل في وقت لاحق في كاليفورنيا، أدخل عبارة "مبرهنة النهاية المركزية" التي تمّ تبنيها عالمياً منذ ذلك الحين، مستنداً إلى أعمال ليابونوف ومناقشاً علاقاتها مع فروع أخرى من التحليل الرياضي. بعد فترة وجيزة، في عام 1922، قام عالم الرياضيات الفنلندي [ليندبيرغ](#) (Lindberg) بتطبيق طريقة جديدة مبرهناتاً صحة مبرهنة النهاية المركزية تحت شروط أعمّ من تلك المنصوص عليها من قبل ليابونوف. ومن يومها لعبت شروط ليندبيرغ دوراً أساسياً في الأبحاث التي يتم إجراؤها للعثور على شروط لازمة وكافية.

كما يعلم الجميع (أعني ذوي الاختصاص)، تنصّ مبرهنة النهاية المركزية، تحت شروط معينة، على أن احتمال توزيع مجموع معياري مناسب من المتغيرات العشوائية المستقلة المنسوبة لظواهر طبيعية ملاحظة يتبع التوزيع الطبيعي، أو أيضاً توزيع [غوص-لابلاس](#) (Gauss-Laplace)، عندما يزداد عدد الملاحظات بشكل مطّرد ولامتناه. في هذا الإطار أعطى ليابونوف حدّاً أعلى للخطأ المرتكب عندما يكون عدد محدود من الملاحظات متوقّفاً، فنستبدل حينها التوزيع الحقيقي (المجهول) بالتوزيع النهائي أي الطبيعي.

كان هذا الخطأ المحدّد مفرطاً في تطبيقات المخاطرة في التأمين، مما جعل عدداً من الباحثين يهتمون بإمكانية إيجاد تقريب أفضل من خلال النظر في التوزيع الطبيعي كنهاية لبعض السلوكيات المقاربة. عندئذ أثبت كرامر في مقالين نُشرا في عامي 1925 و1928 أن السلوك التقاربي لما يُعرف باسم "سلاسل إيدجورث" التي درسها العالم [إيدجورث](#) (Edgeworth) بطريقة صورية، يستجيب فعلاً لشروط تطبيق مبرهنة النهاية المركزية، وذلك باستعمال التوابع المميزة المستخدمة من قبل ليابونوف. في الفترة ذاتها ناقش عالم الرياضيات الروسي [برنشتاين](#) (Bernstein) في مقال شهير لسنة 1927 تعميم مبرهنة النهاية المركزية لمجموع معياري من المتغيرات العشوائية ليست بالضرورة مستقلة. الطريقة التي استعملها برنشتاين في هذا التعميم أدّت في وقت لاحق إلى نتائج جدّ هامة.

في الحقبة ذاتها تقريباً، نشر عالم الرياضيات ليفي أول أعماله الشهيرة في علم الاحتمالات في مؤلفه "حساب الاحتمالات" (*Calcul des probabilités*) لسنة 1925، ولأول مرة تمّت معالجة منهجية لمفاهيم المتغيرات العشوائية، وخواصها، واحتمال توزيعاتها، وحساب توابعها المميزة. سمح هذا المؤلف بتحوّل الاحتمالات النظرية (من خلال مجموعة من الأمثلة التوضيحية) نحو رياضيات نظرية لها من الخصوصيات ما جعل منها علماً قائماً بذاته، ومكّنها لاحقاً من سرعة الإنجاز والتطور.

خلال عقد العشرينيات، أصبح من البديهي أن منحنى جديدًا وعالي الدقة لتطور علم الاحتمالات بدأ يولد في الاتحاد السوفياتي. بالفعل، فبالإضافة إلى برنشتاين، هناك اثنان من علماء الرياضيات العظماء **خنتشين** (Khintchin) وكولموغوروف. فعلى الرغم من صغر سنّهما سنة 1920، كانا قد بدءا عملهما، ولم تظهر إسهاماتهما الأساسية إلا سنة 1930. ففي عام 1925، وفي مقال مشترك، برهننا المبرهنة الشهيرة المعروفة باسم "مبرهنة السلاسل الثلاث" (Three-series theorem) تحت شروط لازمة وكافية لتقارب السلاسل ذات الحدود المتغيرة عشوائيًا والمستقلة، ويكون عندئذ احتمال تقارب هذه السلاسل 0 أو 1، مما يجعل منها حالة خاصة من قانون "الصفير أو الواحد" المكتشف في الحقبة ذاتها. في سنة 1929، برهن كولموغوروف القانون المعروف الآن باسم "قانون اللوغاريتم التكراري" (Law of the iterated logarithm)، والذي اكتشفه سابقًا خنتشين في حالة المتغيرات العشوائية الكسرية أو العشرية. وبعد اعتبار هذا القانون ذا صلة بنظرية القياس، فإن تعميم هذه النتيجة من قبل كولموغوروف مهّد الطريق إلى التفريق بين التوجهين: علم الاحتمالات ونظرية القياس، الأمر الذي أدى إلى تطورهما بسرعة.

4. الانتقال إلى سنوات 1930

بالقاء نظرة متأنية إلى الوراء حول تطور نظرية الاحتمالات، قد يبدو من الواضح أنها فرضت نفسها عند نشر كتاب *Grundegriff der Wahrscheinlichkeitsrechnung* لكولموغوروف سنة 1933. حيث وضع المؤلف بديهيات الأسس النظرية البحتة التي تهدف إلى أن تكون بمثابة نموذج رياضي للإمكانات الملاحظة في تجارب متكررة عشوائيًا. المفهوم الأساسي لهذه النظرية الجديدة هو ما يعرف بفضاء الاحتمال (Ω, A, P) ، حيث Ω هي مجموعة من النقاط ω تُسمى الحوادث الأولية. من ناحية أخرى A هي σ -جبر لمجموعات جزئية S من A والممثلة للحوادث الملاحظة، بينما P هو مقياس الاحتمال المعرف لجميع المجموعات التي تنتهي إلى A . مفهوم المتغير العشوائي $X = X(\omega)$ أُدخل بطريقة سلسة، لكنّه شكّل سنة 1933 ابتكارًا جذريًا، باعتباره تابعًا A -مقاسًا للحادثة الابتدائية ω . وعندئذٍ أصبحت جميع المفاهيم النظرية للمتغيرات العشوائية واحتمال توزيعها مبنية على هذا الفضاء. كما أن الاحتمال الشرطي قد تمّت معالجته بطريقة جديدة. أشير هنا إلى أن المؤلف المنشور في عام 1933 من قبل كولموغوروف لا يزال واحدًا من المؤلفات الأساسية في علم الاحتمالات الحديث.

خلال السنوات الأولى من ثلاثينيات القرن الماضي، اهتم الكثير من الباحثين الفرنسيين والروس بالتوابع المميزة للمتغيرات العشوائية، وظهر حينها محور عمل هام في مجال علم الاحتمالات. فمثلًا، التابع المميز لمجموع متغيرات عشوائية مستقلة يتوافق مع جداء توابعها المميزة، ممّا يؤدّي بطبيعة الحال إلى أن احتمال توزيع المجموع هو حاصل جداء توابع التوزيع. إن احتمال التوزيع الذي يمكن تمثيله كجداء لعدد ما من المتغيرات العشوائية المتطابقة بعضها مع بعض يُسمى لامتناهي القسمة (Infinitesimal divisible).

التوزيع الطبيعي، وتوزيع **بواسون** (Poisson) والتوزيعات المستقرة تنتهي إلى هذه الفئة التي تمّت دراستها بشكل خاص وبعناية من قبل ليفي وخنتشين. ففي مقال مثير للإعجاب من عام 1934، أعطى ليفي تعبيرًا للدالة المميزة لتوزيع لامتناهي القسمة، معتقدًا أن أي عامل للتوزيع الطبيعي يجب أن يكون هو نفسه طبيعيًا، معتبرًا إمكانية ذلك، ولكنه لم يتمكن من إثباته. غير أنه في وقت لاحق، برهن **رايكوف** (Raikov)، في الاتحاد السوفياتي، أن توزيع بواسون لامتناهي القسمة.

شروط صحة مبرهنة النهاية المركزية المشار إليها سابقًا والمنسوبة إلى كلّ من ليابونوف وليندبرغ تمّ تعميمها من قبل ليفي وخنتشين وكولموغوروف و**فيلر** (Feller). هؤلاء كانوا يعملون معًا وارتباط وثيق في مجموعة سُميت حينها مجموعة كرامر. كان فيلر هو أول من صاغ الشروط اللازمة والكافية لمبرهنة النهاية المركزية في أعماله المنشورة خلال إقامته

في ستوكهولم. ففي كتيب كامبريدج الخاص بـ "المتغيرات العشوائية واحتمال توزيعاتها" لكرامر الصادر عام 1937، لخص كرامر عمل مجموعته التي كان يرأسها بستوكهولم، والمبنية على بديهيات كولموغوروف.

الأجزاء الرئيسية من هذا العمل تتعلق بنظرية التوزيعات الاحتمالية والتوابع المميزة وتطبيقها على مبرهنة النهاية المركزية وتوزيعاتها المقاربة. نشير إلى أن مجموعة كرامر في ستوكهولم كانت، في ثلاثينيات القرن الماضي، مهمة بنظرية وتطبيقات السيرورات (Process) العشوائية، وهو موضوع جديد تمامًا في ذلك الوقت. ففي مقال رائع من عام 1923، قدم **ويينر** (Wiener) مقترحًا صارمًا لنموذج احتمالي للحركة الجزيئية البراونية (Brownian) **لأنشتاين** (Einstein). لكن كان من الصعب جدًا قراءة هذا المقال، ولم يُستشف مغزاه إلى حين ظهور العمل العظيم لكولموغوروف الذي أنار الطريق.

في عام 1931 درس كولموغوروف أسرة من السيرورات المعروفة الآن باسم سيرورات **ماركوف** (Markov)، بما في ذلك سيرورة الحركة البراونية، وهي حالة خاصة. ثم درس المعادلات التفاضلية التي، تحت شرط الاستمرار المناسب، تم تحديد احتمال توزيعها. بعدها بقليل، أكمل فيلر هذا العمل تحت شروط أكثر تعميمًا، حيث تكون العلاقات الأساسية من النوع التكاملي-التفاضلي. وكان الأعضاء الآخرون في مجموعة كرامر مهتمين بفترة معينة من السيرورات الماركوفية (Markovian) المعروفة باسم السيرورات ذات الزيادات المستقلة التي ترتبط ارتباطًا وثيقًا بالتوزيعات اللامتناهية القسمة، والتي لها تطبيقات مهمة في نظرية المخاطر في علم التأمين.

تحدث سيرورات ماركوف عندما يتطور متغير عشوائي في الوقت بطريقة تجعل خصائصه الاحتمالية المستقبلية، في أي لحظة، مرتبطة فقط بحالته الحالية وليس بماضيه. في عام 1934، وفي مقال أساسي لختنشين، أشار هذا الأخير إلى أن هذا الافتراض غير صالح في العديد من التطبيقات المهمة، مثل تلك التي تنشأ في علم الأرصاد الجوية والاقتصاد وعلم الاجتماع، حيث يجب على الباحث النظر في تاريخ السيرورة بأكملها. كنموذج احتمالي مناسب في هذه الحالات، قدّم خنتشين فئة السيرورات التي تُسمى حاليًا "السيرورات المستقرة"، حيث يكون احتمال توزيعاتها الأساسية غير متغير بانسحاب الزمن. وقد أعطى خنتشين تمثيلًا لتوابع الارتباط التلقائي لمثل هذه السيرورات من خلال تكامل **فورييه-ستيلجيس** (Fourier-Stieltjes). وبعد ذلك بقليل أعطى كرامر تمثيلًا للسيرورة العشوائية بواسطة تكامل عشوائي من النمط ذاته.

في أطروحته لعام 1938، كان **وولد** (Wold)، في ذلك الوقت أحد طلاب كرامر، يعمل على معالجة السلاسل الزمنية المستقرة، وأثبت حينها نظرية التفكيك، التي عُممت لاحقًا على نطاق واسع لتشمل فئة كاملة من السيرورات العشوائية. خلال هذه السنوات، وفي منتصف الثلاثينيات تقريبًا، بدأ كرامر بالاهتمام بعمل الإحصائيين البريطانيين والأمريكيين، وكان قد تعرّف على أدبيات منحنيات التردد والارتباط والانحدار المرتبطة بالأسماء **بيرسون** (Pearson)، و**يول** (Yule)، وآخرين. لكن كرامر كان لديه انطباع بأن كل هذا كان سطحيًا وبدون فائدة تذكر.

كانت الأعمال الأولى ل**فيشر** (Fisher) في عشرينيات القرن الماضي ذات طبيعة مختلفة تمامًا، ومن الواضح أنها كانت تهدف إلى السماح بالاستدلالات التي لا يمكن دحضها من خلال البيانات الإحصائية. أعمال فيشر حول التوزيعات الاحتمالية متعددة المتغيرات، كانت بالأساس التقديرات الإحصائية واستخدام طريقة الاحتمالية القصوى (maximum likelihood estimation). مما أدّى بالكثير من الباحثين في مجال الإحصاء إلى أن يكون لديهم انطباع رائع. لكن فيشر كان يستخدم أسلوبًا لا يزال يفتقر إلى قواعد صارمة، واعترف هو نفسه بأن بعض النتائج في مقالته المثيرة للإعجاب عام 1925 حول التقديرات الإحصائية لم يتم بعد إقرارها بالشكل الكامل. وقد دفع هذا بطبيعة الحال الباحثين إلى المضي قدمًا للبحث عن براهين وأدلة دامغة لهذه الأشكالية.

في بداية عقد الثلاثينيات، أصبح من البديهي أن وضعية "الإحصائيات البريطانية" أصبحت مثيرة للجدل إلى حدّ كبير. حينها انتقد فيشر بشدة استخدام نظرية **بايز** (Bayes) الشهيرة في تقدير الوسائط غير المعروفة في التوزيع الاحتمالي، مقترحًا طريقة الاحتمالية القصوى. وعلى الرغم من الاختلاف بين المفهومين الاحتمالي وطريقة الاحتمالية القصوى، اعتبر فيشر أنذاك هذين المفهومين كقياس بديل للمعرفة العقلانية. وأكد أن من عيّنة إحصائية معروفة يمكن التعبير عن معرفتنا غير المكتملة للمجتمع بواسطة الاحتمالية القصوى وإصدار حكم "احتمالي" نهائي على الوسائط غير معروفة.

الفقرة الأولى: يمكن إعادة صياغتها كما يلي:

اعتبر الكثير من الباحثين أنه من المستحيل أتباع منهجية فيشر في هذا المسار الجديد الذي يبدو أنه يستند على انزلاق رياضي حقيقي. ففي بعض التطبيقات، من المفروض أنه يمكن تقدير الوسائط المجهولة من خلال تجربة عشوائية، وعندئذ تكون طريقة بايز قابلة للتطبيق بشكل واضح. لكن في حالات أخرى (وأعتقد أن هذه هي الأغلبية) يكون الوسيط ببساطة ثابتاً وله قيمة محدّدة غير معروفة، واستدلال فيشر بالتوزيع الائتماني (Distribution fiduciare) يتناقض بشكل واضح مع نظرية الاحتمالات الحديثة.

في ذات الوقت، حوالي منتصف الثلاثينيات، كان **نيمان** (Neyman) لا يزال يشتغل في إنجلترا، حيث نشأ في جوّ الترجمة الرياضية البولندية، وكان قد طوّر طريقة جديدة للتقدير الإحصائي بواسطة مجالات الثقة، أو بشكل أعمّ من خلال مناطق الثقة، مستنداً إلى ما أسماه "النظرية الكلاسيكية المحدثّة". تعرّضت أعماله إلى انتقادات فيشر، ونُشرت هذه الانتقادات في مطبوعات الجمعية الملكية للإحصاء وغيرها. وسرعان ما اتّضح أن منهجية فيشر الائتمانية كانت خاطئة، وإذا لم يتم تصحيحها على النحو الأمثل فقد تؤدي إلى شيء قريب جدّاً من نظرية نيمان.

أظهر فيشر أيضاً معارضة قوية للعمل المشترك لكل من نيمان وبيرسون حول اختبار الفرضيات الإحصائية التي التي اقترحتها في ذلك الوقت. بعد ذلك بقليل (1939) عندما أكمل نيمان عمله، وقعت بين يدي كرامر نسخة من هذا العمل، وكان معجباً تمام الإعجاب بهذه النظرية التي أكملت فيما بعد بطريقة رائعة للغاية، والتي نوقشت في الكتاب الرائع والمعروف **لليمان** (Lehmann).

المراجع

- [1] Bernoulli, J., *Ars conjectandi : Opus posthumum : accedit tractatus de seriebus infinitis, et Epistola Gallicè Scripta de ludo pilae reticularis, Impensis Thurnisiorum, fratrum in Basileae, 1713.*
- [2] Burton, D. M., *The History of Mathematics : An Introduction*, McGraw-Hill, New York, 2011.
- [3] Cramer, H., *Probabilité mathématique et inférence statistique. Quelques souvenirs personnels sur une importante étape du progrès scientifique*, Revue de Statistique Appliquée, 31(3), (1983), 5-15.
- [4] Fisher, R. A., *Uncertain Inférence*. Proceedings of the American of Arts and Sciences, 71, (1936), 245-258.
- [5] Fisher, R. A., *The Nature of Probability*. Unit Review, 2, (1958), 261-274.
- [6] Kolmogorov, A. N., *From the Heritage of A. N. Kolmogorov: The Theory of Probability*, THEORY PROBAB. APPL. 48(2), (2004), 191-22.
- [7] Kolmogorov, A. N. and Khintchine, A., *Foundations of the Theory of Probability*, Asymptotische Gesetze der Wahrscheinlichkeitsrechnung, 1952.
- [8] Pearson K., *La grammaire de la science*, Journal de la société statistique de Paris, 53 (1912), 196-214.