الرياضيات وإسهاماتها في تطوّر الحضارة عبر التاريخ (1)

جمال حيمان
مخبر الحسابيات والترميز والتوافقيات، كلية الرياضيات، جامعة العلوم والتكنولوجيا هواري بومدين
djamel17himane@gmail.com

مقدّمة

يُعَدّ تاريخُ الرياضيات جزءًا لا يتجزّأ من تاريخ الحضارة الإنسانية، إذ ارتبط نشوؤه وتطوّره بوسائط مادية متعدّدة مكّنت الإنسان من حفظ المعارف الرياضية وتداولها عبر العصور. فمن النقوش الحجرية على جدران المعابد في وادي النيل وبلاد الرافدين، إلى الألواح الطينية والبرديات، ثمّ المخطوطات الورقية والكتب المطبوعة، شكّلت هذه الدعامات وسائل أساسية في توثيق المفاهيم الحسابية والهندسية ونقلها بين الأجيال والحضارات.

وتكشف دراسة هذه الوسائط عن تنوّع أشكال التعبير الرياضي باختلاف السياقات الثقافية والتاريخية حيث امتزجت المعرفة الرياضية أحيانًا بالعمارة والرمزية الدينية، وظهرت تطبيقاتها في تشييد المعابد والأهرامات والمنشآت الكبرى. كما أسهم الانتقال من الشفهي إلى المكتوب، ومن المحلي إلى العابر للحضارات، في انتشار مفاهيم رياضية أساسية، مثل العلاقات الهندسية في المثلث القائم، عبر حضارات بلاد الرافدين والمصرية والإغريقية، قبل أن تُنقل لاحقًا إلى الهند والعالم الإسلامي ثم أوروبا.

وقد أولت الدراسات الأكاديمية الحديثة اهتمامًا متزايدًا بالمصادر المادية لتاريخ الرياضيات، فسلّطت الضوء على البرديات المصرية ولا سيما بردية أحمس بوصفها شاهدًا على الممارسات الحسابية والهندسية في مصر القديمة، كما درست الألواح المسمارية البابلية لما تحتويه من جداول عددية ومسائل تطبيقية. وبدورهم، أبرز الباحثون في التراث الإغريقي أهمية المخطوطات اليونانية وما نتج عن ترجمتها إلى العربية ثم اللاتينية في حفظ المعارف الرياضية الكلاسيكية وانتقالها.

وانطلاقًا من هذا الإطار، يهدف هذا المقال إلى عرضٍ تاريخي وصفي لأهم الوسائط المادية التي ساهمت في تدوين ونقل المعارف الرياضية، مع التوقّف عند بعض الأمثلة الدالّة من النقوش، والبرديات، والمخطوطات، والعمارة، دون ادّعاء الإحاطة الشاملة أو تقديم تحليل تأويلي معمّق للعلاقة بين الوسيط والمعنى، بل في حدود ما تسمح به طبيعة المادة المدروسة.

1. حضارات و آثار بلاد الر افدين (العراق)

برزت في قلب العراق القديم حضارات عريقة شكّلت أساس التاريخ الإنساني، في منطقة عُرفت بـ "بلاد ما بين النهرين" أو "الرافدين". هذه المنطقة الغنية بثقافتها وتاريخها احتضنت حضارات كبرى مثل السومرية، والأكدية، والبابلية، والآشورية، وكانت بحق مهدًا للتحضّر والمعرفة والعلم، حيث تشهد على ذلك المعابد الضخمة والمباني الأثرية المهيبة. وتركت هذه الحضارات إرثًا ثقافيًا مكتوبًا لا يقل أهمية عن آثارها العمرانية، فقد زخرفت جدران المعابد بالنقوش، ونُحتت الكتابات على التماثيل والأحجار.

ومن أبرز منجزات حضارات بلاد الرافدين ابتكار الكتابة المسمارية، التي تُعدّ أقدم نظام كتابة معروف في تاريخ البشرية [9]. وقد نشأت هذه الكتابة تدريجيًا، إذ مرّت في مراحلها الأولى بمرحلة تصويرية تُمثّل الطور البدائي لتشكّلها، قبل أن تتطوّر إلى نظام كتابي متكامل يعتمد على الرموز المسمارية. استُخدمت هذه الكتابة أساسًا في تدوين اللغة السومرية، ثم الأكدية لاحقًا، حيث كانت تُنقش رموزها على ألواح الطين أساسًا، كما استُعملت أحيانًا على الحجر

والمعادن. وقد انتشرت الكتابة المسمارية في مختلف مناطق جنوب غرب آسيا، لتغدو شاهدًا بارزًا على عبقرية الإنسان القديم في ابتكار وسائل التعبير والتدوين وتوثيق المعارف.

كما اعتمد سكان بلاد الرافدين نظامًا عدديًا ستينيًا (قاعدته 60) [4]، وهو من أبرز إنجازاتهم العلمية، ولا تزال آثاره حاضرة إلى اليوم في تقسيم الساعة إلى 60 دقيقة، واليوم إلى 24 ساعة، وكذلك في تقسيم الدائرة إلى 360 درجة. وقد استُثمر هذا النظام الرياضي في مجالات متعددة، من بينها قياس الزمن، ورسم الخرائط، وتحديد الحدود والمساحات. أمّا في الجانب الزمني والديني، فقد أولى السومريون أهمية خاصة للرقم سبعة، إذ اعتمدوا في تقويمهم القمري دورة سباعية تُعدّ فيها الأيام السابع والرابع عشر والحادي والعشرون والثامن والعشرون أيامًا ذات طابع شعائري خاص، دون أن يعني ذلك وجود تقسيم منتظم للأسبوع إلى سبعة أيام، وهو التقسيم الذي لم يظهر إلا في مرحلة لاحقة من تاريخ بلاد الرافدين، خلال الفترة البابلية الحديثة.

وقد عرف البابليون بعض القواعد العامة لحساب المساحات. فقاسوا محيط الدائرة باعتباره ثلاثة أضعاف قطرها، وحسبوا المساحة على أساس أن تكون واحدًا من اثني عشر مربع المحيط، وهو تقدير قريب من الصحيح إذ اعتُبرت قيمة π تقريبًا 3. كما حسبوا حجم الأسطوانة بضرب مساحة القاعدة في الارتفاع، بينما كان احتساب حجم المخروط أو الهرم المربع يتم بطريقة أقل دقة، إذ اعتُبر ناتج ضرب الارتفاع في نصف مجموع القواعد [3]. واشتهر البابليون أيضًا بمفهوم الميل البابلي، الذي يعادل تقريبًا سبعة أميال (أي نحو 11 كيلومترًا اليوم)، وقد استُخدم هذا القياس لاحقًا لتحديد حركة الشمس وربط المسافة بالزمن في الحسابات الفلكية والملاحة [1].

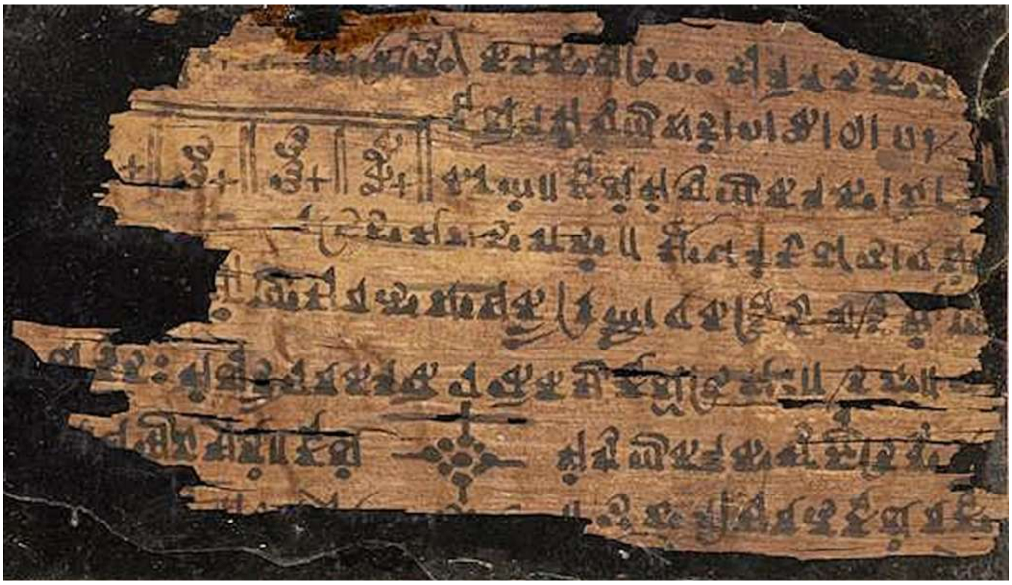
الشكل 1: صورة للّوحة البابلية YBC 7289 تُظهر تمثيلًا مبكرًا للجذر التربيعي للعدد 2.
من المجموعة البابلية لجامعة ييل (Yale Babylonian Collection)

2. الحضارة الهندية

في عام 1881، وأثناء حفر مزارع في قرية بخشالي الواقعة قرب بيشاور في باكستان الحالية، عُثر على واحدة من أثمن الوثائق في تاريخ الرياضيات: مخطوطة بخشالي [8]. هذه المخطوطة، المكتوبة على أوراق من لحاء شجرة البتولا، تضم نحو سبعين ورقة، وهي محفوظة منذ مطلع القرن العشرين في مكتبة بودليان بجامعة أكسفورد [5]. أهمية هذه الوثيقة لا تكمن في قِدمها فحسب، بل في احتوائها على أقدم استخدام معروف لرمز الصفر، ممثلًا في نقطة سوداء (●) وُظفت كـ "حاشية مكانية" لتمييز القيم العددية داخل النظام العشري الموضعي، وهو نفس المبدأ الذي مكّن لاحقًا من تمثيل الأعداد الكبيرة وإجراء الحسابات المعقدة.

وقد أظهر التأريخ بالكربون المشّع أن المخطوطة لم تُكتب دفعة واحدة، بل جُمعت من نصوص تعود إلى فترات مختلفة: أقدمها بين 224 و383 ميلاديًا، وأحدثها في حدود القرن العاشر. هذا التنوع الزمني يجعلها بمثابة سجّل حيّ لتطور الفكر الرياضي في الهند القديمة.

من الناحية الرياضية، تغطي المخطوطة موضوعات واسعة: من حل المعادلات الخطية والتربيعية، إلى حساب الكسور والجذور التربيعية، والمتتاليات الحسابية والهندسية، إضافة إلى تطبيقات عملية في الهندسة وحساب المساحات والأحجام. اللافت أن النصوص تتبع أسلوبًا منهجيًا واضحًا: تُطرح المسألة أولًا، يليها الحل، ثم يُختم بالتحقق من صحة النتيجة. كتبت المخطوطة باللهجة الغاثية، وهي مزيج بين السنسكريتية والبراكريت، وبخط شَارَدا (Śāradā) الذي كان شائعًا في شمال غرب الهند بين القرنين الثامن والثاني عشر [6].



الشكل 2: صورة رقمية لمخطوطة بخشالي.

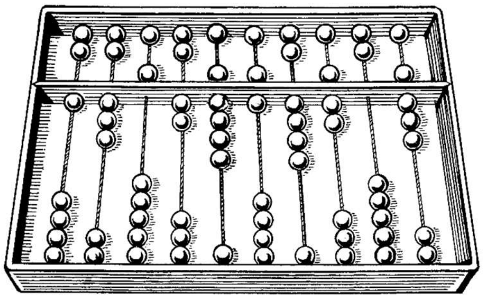
محتوى ذو ملكية عامة، مأخوذة من موقع National Geographic.

3. الحضارة الصينية

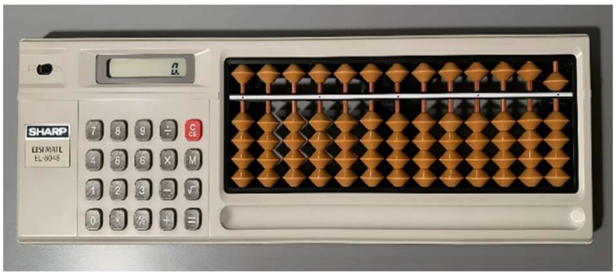
يُعدّ المعداد الصيني، المعروف بالأباكوس (Abacus)، أحد أبرز الاختراعات في تاريخ الحساب والتجارة الصينية. ظهر استخدامه منذ العصور القديمة لتسهيل العمليات الحسابية مثل الجمع والطرح والضرب والقسمة، وهو أداة بسيطة لكنها فعّالة تعتمد على ترتيب الخرزات على أعمدة معدنية أو خشبية [7].

ساهم الأباكوس في تطور النشاط التجاري والاقتصادي للصين، حيث مكّن التجار والكتّاب من إجراء حسابات دقيقة بسرعة، قبل انتشار الأرقام الهندية والعربية في المنطقة. تاريخيًا، يعكس الأباكوس قدرة الحضارة الصينية على الجمع بين الابتكار العلمي والحاجات العملية للمجتمع، كما أنه شكّل نموذجًا للأدوات الحسابية التي ستلهم تطوير الآلات الحاسبة الحديثة.

من بين التطورات اللاحقة، جاء السوربان الياباني [10]، الذي يُعدّ نسخة مطورة للأباكوس الصيني، مع تعديل في ترتيب الخرزات لتسهيل العمليات الحسابية المعقدة، وما زال يُستخدم في اليابان للتدريب على الحساب الذهني.



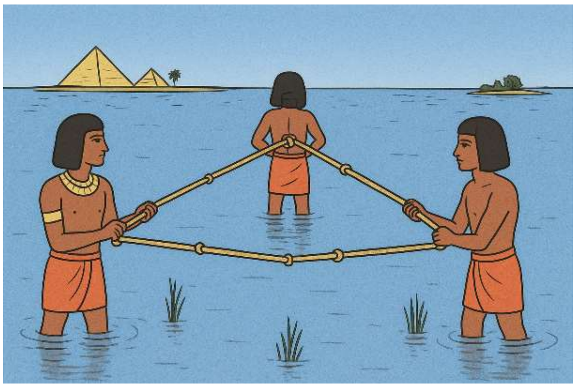
الشكل 3: المِعداد الصيني، المعروف باسم الأباكوس (Abacus). من أرشيف Pearson Scott Foresman، المصدر: Wikimedia Commons



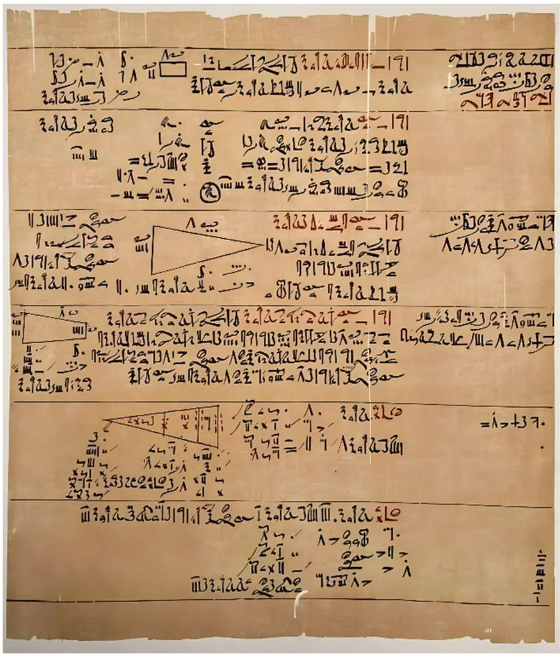
الشكل 4: نموذج من السوروبان الياباني الهجين الذي يجمع بين الأسلوبين التقليدي والحديث في الحساب. نموذج Sharp EL-8048، إعلان بيع على الإنترنت.

4. الحضارة المصرية القديمة و آثارها

شهدت الحضارات القديمة، ولا سيما البابلية والمصرية، تطورًا ملحوظًا في مفاهيم الحساب والرياضيات، حيث ظهرت إسهاماتهما العلمية بشكل متوازٍ ومستقل، استجابةً لحاجات عملية متقاربة فرضتها شؤون الحياة اليومية والإدارة والبناء. ففي حين برع البابليون في تطوير أساليب حسابية متقدمة، تميّز المصريون القدماء بتقدم لافت في مجال الهندسة التطبيقية، ولا سيما القواعد المرتبطة بقياس المساحات والحجوم، والتي وُظّفت في تشييد الأهرامات وغيرها من المنشآت المعمارية الضخمة.



الشكل 5: توظيف مبرهنة فيثاغورس في رسم تعبيري.
الصورة مولّدة بالذكاء الاصطناعي، تمثّل استخدام المصريين لمبرهنة فيثاغورس بواسطة حبل معقود بحيث تتناسب عقده مع الأعداد 3، 4، 5.
فكرة الصورة الأصلية مجهولة المصدر.



الشكل 6: مشهد من بردية ريند (أحمس).
إحدى أهم الوثائق التي توثّق المعارف الرياضية في مصر القديمة. المصدر: المتحف البريطاني (The British Museum, EA 10057).

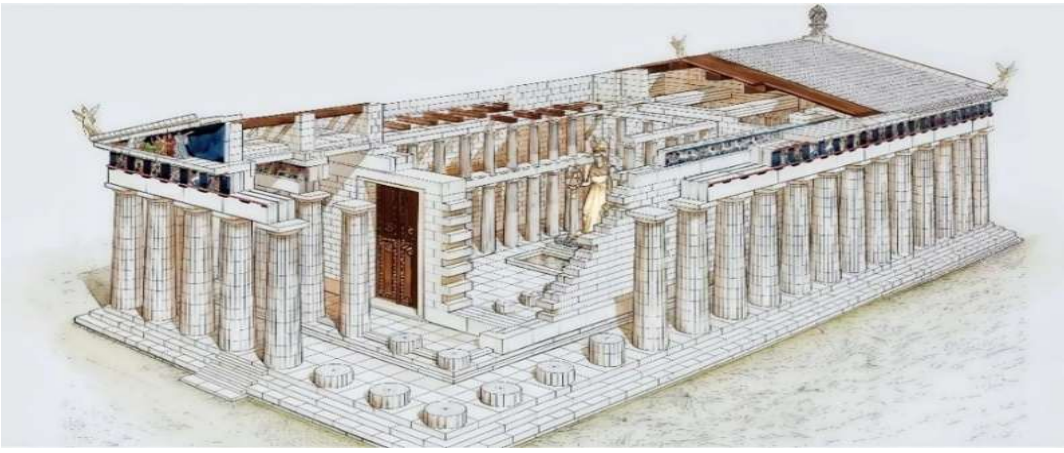
ورغم أن هذا المقال لا يتسع لاستعراض جميع هذه الإسهامات بالتفصيل، إلا أنه يمكن الإشارة إلى واحدة من أشهر القضايا المرتبطة بتاريخ الهندسة، وهي مبرهنة فيثاغورس، التي تنص على أن مجموع مربعي الضلعين القائمين في مثلث قائم الزاوية يساوي مربع الوتر.

تشير بعض المخطوطات والأدلة الأثرية إلى أن المصريين القدماء كانوا على معرفة بتطبيقات هذه القاعدة قبل فيثاغورس بقرون، واستعملوها في أعمالهم اليومية. ومن أبرز الشواهد على ذلك بردية ريند، أو كما تُعرف أيضًا ببردية "أحمس"، وهي واحدة من أقدم الوثائق الرياضية التي وصلت إلينا من مصر القديمة. يرجع تاريخها إلى نحو 1650 قبل الميلاد، لكنها في الأصل نسخة عن نص أقدم بما يقارب قرنين.

تكشف هذه البردية عن الكيفية التي تعامل بها المصريون القدماء مع الحساب والهندسة في حياتهم اليومية، إذ تضمّنت مسائل تتعلق بالكسور، وحساب المساحات والحجوم، إضافة إلى حلول لمعادلات بسيطة. ومن اللافت أنهم استخدموا المثلث القائم الزاوية، خاصة الحالة العددية (3،4،5) في أعمال البناء والقياس، وهو ما يدل على معرفة عملية بعلاقات هندسية بين أطوال أضلاع المثلث القائم، استُثمرت لأغراض تطبيقية، دون أن تكون مصاغة في إطار مبرهنة عامة أو برهان نظري بالمعنى الرياضي اللاحق. وتُحفظ هذه البردية اليوم في المتحف البريطاني بلندن، وتبقى شاهدًا مهمًا على براعة المصريين القدماء في توظيف الرياضيات والهندسة، وذلك بنحو يقارب الألف سنة قبل زمن فيثاغورس.

5. الحضارة اليونانية (الإغريقية)

البارثينون معبدٌ يوناني قديم شامخ فوق تل الأكروبول في أثينا، شُيّد في القرن الخامس قبل الميلاد تكريمًا للإلهة أثينا، حامية المدينة. ويُعتبر من أروع الإنجازات المعمارية للحضارة اليونانية الكلاسيكية، إذ يجمع بين البساطة والجلال في تصميمه الكلاسيكي وأعمدته الدورية المهيبة. قام بتصميمه المهندسان إيكتينوس وكاليكراتس، بينما أشرف النحات فيدياس على زخارفه وتماثيله، حيث دمج الفريق بين الطرازين الدوري والإيوني في تحفة واحدة. وقد بُني وفق قواعد رياضية دقيقة، تراعي الزوايا ونِسَب المثلثات، بل وتعتمد على النسبة الذهبية التي منحت المعبد تناسقًا وجمالًا جعل منه رمزًا خالدًا للفن والهندسة في اليونان القديمة.



الشكل 7: رسم تخطيطي يوضّح هندسة مبنى معبد البارثينون (447 ق.م).

وبالانتقال إلى السياق النظري، تُظهر النقوش والألواح المسمارية البابلية، وكذلك البرديات المصرية، وجود معرفة تطبيقية بعلاقات عددية وهندسية بين أضلاع المثلث القائم، ظهرت من خلال أمثلة خاصة وحالات عملية، لا في صورة صيغة عامة مجردة. وفي مرحلة لاحقة، جاء فيثاغورس وأتباعه ليقدّموا لهذه العلاقة صياغة نظرية وبرهانًا منهجيًا، مفاده:

في أي مثلث قائم الزاوية، يكون مربع طول الوتر مساويًا لمجموع مربّعي الضلعين القائمين. كما اهتمّوا بدراسة الأطوال الطبيعية التي تحقق هذه العلاقة، والتي تُعرف اليوم باسم الثلاثيات الفيثاغورية [13].

قدّم أقليدس إنشاءً يولّد ثلاثيات فيثاغورية، والصيغة القياسية الحديثة التي تُصنّف جميع الثلاثيات المبدئية أي $\gcd(a,b,c)=1$، هي: يوجد عددان طبيعيان $m>n$ متباينَا الفردية (أحدهما زوجي والآخر فردي) ومتوافقان نسبيًا $\gcd(m,n)=1$ ، بحيث $c=m^2+n^2$، $b=2mn$، $a=m^2-n^2$، مع إمكانية التبديل بين a) وb). وبالعكس، كل m وn بهذه الشروط تُنتج ثلاثية مبدئية. أمّا كل ثلاثية غير مبدئية فتصبح (ka,kb,kc) حيث $k\in\mathbb{N}$ وثلاثية (a,b,c) مبدئية.

تُعدّ مبرهنة فيثاغورس من أكثر المبرهنات التي وُضعت لها براهين متعددة، وربما تفوق في ذلك غيرها، وقد جمع كتاب المبرهنة الفيثاغورية ما لا يقل عن 370 برهانًا مختلفًا لها [11].

اعتقدت مدرسة فيثاغورس أنّ جميع المقادير الهندسية يمكن التعبير عنها بواسطة نسب بين أعداد صحيحة، بما يعكس انسجام الكون وفق مبدأ العدد. غير أنّ دراسة المثلث القائم متساوي الساقين $(a=b=1)$ أدّت إلى ظهور طول الوتر $c=\sqrt{2}$. ويُذكر في بعض الروايات أن هيباسوس من متابونتوم قد توصّل إلى برهان يُظهر أنّ هذا العدد لا يمكن تمثيله كنسبة عددين صحيحين، وهو ما يُعدّ أحد أقدم الشواهد على بروز مفهوم العدد غير المنطقي (Irrational number). ويُروى أنّ هذا الاكتشاف، أيًا كان صاحبه، شكّل صدمة فكرية لمدرسة فيثاغورس، إذ زعزع الاعتقاد السائد لديها بأن بنية الكون يمكن اختزالها كليًا في نسب عددية عقلانية [14].

وتضيف الروايات ذات الطابع الأسطوري أنّ هيباسوس، بعد إفشائه هذا «السر»، تعرّض لعقاب الإغراق في البحر، في صورة رمزية تعكس خطورة هذا الاكتشاف من منظور الفيثاغوريين، وما مثّله من تحدٍّ للأسس الفلسفية والعقدية لمذهبهم.

الشكل 8: اللوحة البابلية Si.427 (الوجه الأمامي).

تُعدّ من أقدم الشواهد على الحسابات المساحية الدقيقة في بابل القديمة.

المصدر: Photograph by and courtesy of the İstanbul Arkeoloji Müzeleri.

قد تُعدّ الحضارة الرومانية امتدادًا تاريخيًا وجغرافيًا للحضارة اليونانية، انطلاقًا من العاصمة الروحية روما. فقد كانت اللغة اللاتينية اللغة السائدة في أوروبا خلال العصور الوسطى وحتى عصر النهضة، ولعبت دورًا محوريًا في نقل وترجمة وتدوين المؤلفات العلمية لمختلف الحضارات، ولا سيما في مجال الرياضيات.

وقد احتفظ هذا العلم إلى اليوم بعدد من الرموز المشتقة من مصطلحات لاتينية، مثل الرمز $\mathbb{N}$ من *Naturalis* للدلالة على مجموعة الأعداد الطبيعية، و$\mathbb{D}$ من *Decimalis* للأعداد العشرية، و$\mathbb{Q}$ من *Quotient* للأعداد الكسرية أو المنطقية، و$\mathbb{R}$ من *Realis* للأعداد الحقيقية. كما ما تزال الصيغة اللاتينية الشهيرة *Quod Erat Demonstrandum*، والمختصرة بـ Q.E.D.، وتعني "وهذا ما كان يجب إثباته"، تُستعمل في ختام البراهين الرياضية والفلسفية حتى يومنا هذا.

الشكل 9: إحدى أقدم النسخ المعروفة لأحد مؤلفات أقليدس.
مخطوطة تحمل الرمز (P. Penn. Museum inv. E02748 – Elements 2.5)،
المصدر: Penn Museum – Public Domain.

6. حضارة الإنكا (Inca Empire)

الشكل 10. مدينة ماتشو بيتشو من حضارة الإنكا، ويظهر فيها حيوانها المميّز اللاما.

أبدعت حضارة الإنكا، التي ازدهرت في منطقة جبال الأنديز ما بين القرن الثالث عشر والسادس عشر، في بناء إمبراطورية واسعة جمعت بين التنظيم الإداري والابتكار العلمي. ومن أبرز إبداعاتها نظام الكويبُو، وهو مجموعة من الحبال المعقودة بألوان مختلفة، استُخدم لتسجيل السجلات الإدارية والإحصائية والتاريخية وفق مبدأ الخانات

العشرية [2]، مما يعكس إدراكًا رياضيًا متطورًا سبق ظهور الكتابة التقليدية. ولم يقتصر توظيف الرياضيات على التوثيق فحسب، بل امتد إلى الهندسة المعمارية في تشييد مدن مثل ماتشُو بيتشُو، التي بُنيت وفق حسابات دقيقة لمقاومة الزلازل، وإلى تخطيط شبكة طرق وجسور معلّقة اعتمدت على قياسات رياضية دقيقة للمسافات والانحدارات . وفي هذا السياق الحضاري، برزت اللاما كرمز مميّز للإنكا، إذ لعبت دورًا مركزيًا في حياتهم اليومية.

فقد كانت وسيلة النقل الأساسية عبر الجبال الوعرة لنقل المحاصيل والضرائب المسجلة بالكُويبو، كما وفّرت الصوف والجلود واللحوم، وكان لها حضور قوي في الطقوس الدينية باعتبارها رمزًا للخصوبة والوفرة. وبهذا المعنى، أصبحت اللاما أيقونة حضارية تعكس التلاقي بين الاقتصاد والدين والرياضيات والإدارة في منظومة واحدة متكاملة.

الشكل 11. نظام الكويبو (Quipu)، أداة حسابية ابتكرها شعب الإنكا، تتكوّن من حبال ملونة ومعقودة استُعملت لتسجيل المعطيات الإدارية والإحصائية.
المصدر: Museo Machu Picchu, Casa Concha, Cusco.

الشكل 12. بينكويلونا، مخازن إنكا بالقرب من أولانتايتامبو، صُمّمت لضمان تهوية وحفظ المحاصيل في المرتفعات.
المصدر: Cusco Regional Directorate of Culture, Ollantaytambo Archaeological Park.

مراجع

[1] حميدي بوجلطية، خ.، العلم الرياضي في حضارة بلاد وادي الرافدين .المجلة التعليمية، 7(4)، 148-157، (2017).
https://asjp.cerist.dz/en/article/31145

[2] Ascher, M., & Ascher, R., *Code of the Quipu : A Study in Media, Mathematics, and Culture*, University of Michigan Press, 1981.

[3] Bruins, E. M., *On the system of Babylonian Geometry*, Sumer, 11(2), 44–49, (1955).

[4] Burton, D. M., *The History of Mathematics : An Introduction*, McGraw-Hill, 2011.

[5] Crossley, J. N., Lun, A. W.-C., Shen, K., & Shen, J., *The Nine Chapters on the Mathematical Art : Companion and Commentary*, Oxford University Press, 1999.

[6] Datta, B., *Review of The Bakhshâlî manuscript : A study in mediaeval mathematics*, by G. R. Kaye, Bulletin of the American Mathematical Society, 35(4), 579–580, (1929).

[7] Gueudet, G., & Poisard, C., *Design and use of curriculum resources for teachers and teacher educators: Example of the Chinese abacus at primary school*, International Journal of Educational Research, 93, 68–78, (2019).

[8] Hayashi, A., *Bakhshālī manuscript*, In H. Selin (Ed.), Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures (Vol. 1, pp. B1–B3). Springer, 2008.

[9] Hoffmann, F., *Hieratic and demotic literature*, In C. Riggs (Ed.), The Oxford Handbook of Roman Egypt, Oxford University Press, 2012.

[10] Kojima, T., *The Japanese Abacus: Its Use and Theory*, Charles E. Tuttle Company, 1954.

[11] Loomis, E. S., *The Pythagorean Proposition*, National Council of Teachers of Mathematics, 1940.

[12] Mansfield, D. F., *Plimpton 322: A Study of Rectangles*, Foundations of Science, 26(4), 977–1005, (2021).

[13] Sierpiński, W., *Pythagorean Triangles*, Dover Publications, 2003.

[14] Singh, S., *Fermat's Last Theorem*, Walker and Company, 1998.