

الستوماخيون : قصة أحجية قديمة

ليلي زيتوني

أستاذة بقسم الرياضيات، المدرسة العليا للأساتذة، القبّة

في زمن بعيد، قام كاتب بنسخ مؤلفات عالم كبير على كتاب من الرّق. وبعد مرور وقت طويل، يقع هذا المخطوط في يد شخص لا يعرف قيمة ما فيه، فيستعمله من أجل كتابة صلوات وأدعية دينية، بعد أن محا النصّ الأصلي. تبقى مؤلفات العالم الكبير المخطوطة على هذا الكتاب مخفية، ولا تُكتشف إلا صدفة، بعد مرور قرون عديدة. ثمّ يختفي المخطوط، ليظهر بعد عشرات السنين، فيباع في مزاد بثمن خيالي لشخص لم يكشف عن هويته. ويقرّر المالك الجديد الغامض منح المخطوط لمتحف. وهكذا يصبح ما فيه متاحا للجميع!

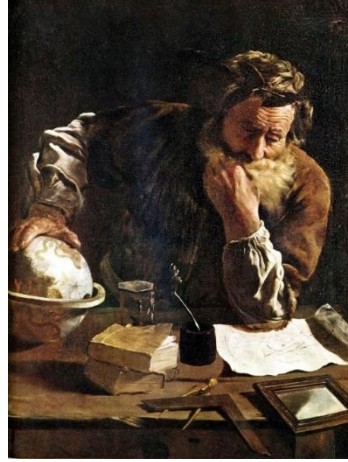
هذه ليست قصة رواية من روايات دان براون Dan Brown، ولا هي أحداث فيلم إثارة هوليوودي. إنها وقائع حقيقية، إنها قصة طرّس أرخميدس The Archimedes Palimpsest. وممّا جاء في هذا الطرّس أحجية رياضية قد تكون الأقدم. دعنا نروي القصة من البداية.

1. أرخميدس السرقوسي

قام الإغريق منذ القرن الثامن قبل الميلاد بتأسيس مدن عديدة. ولم تنحصر تلك المدن في الأراضي اليونانية الحالية، بل انتشرت في مناطق واسعة من البحر الأبيض المتوسط، مثل الساحل الغربي للأناضول وجنوب إيطاليا. كانت سرقوسة Syracuse، الواقعة في جزيرة صقلية الإيطالية، إحدى تلك المدن. وعلى أرض هذه المدينة الساحلية الجميلة، ولد أرخميدس السرقوسي Archimedes of Syracuse، في سنة 287 قبل الميلاد.

ذكر أرخميدس في أحد مؤلفاته أنّ والده، فيدياس Phidias، كان فلكيا. نحن لا نعرف الكثير عن حياة أرخميدس، لكن يبدو أنّه زار مصر في شبابه. وليس غريبا أن يتنقل إلى مصر وفيها الإسكندرية. بعد وفاة مؤسس الإسكندرية، الإسكندر المقدوني Alexander of Macedon في سنة 323 قبل الميلاد وبداية حكم البطالمة، أصبحت عاصمة مصر الجديدة أهمّ مدن العالم الهلنستي، خاصة بعد تأسيس الموسيئون the Museum ومكتبة الإسكندرية اللذين جعلوا هذه المدينة منارة للعلوم يقصدها العلماء والمتعلّمون من كلّ فجّ وصوب. وممّا قد يدعم خبر زيارة أرخميدس لمصر مراسلاته العلمية، التي أشار إليها في مؤلفاته، مع الفلكي والرياضياتي قونون الساموسي Conon of Samos والرياضياتي إراتوستينيس القوريبي Eratosthenes of Cyrene، وكلاهما كان مقيما في الإسكندرية.

بالاعتماد مرّة أخرى على مؤلفات أرخميدس، نستنتج أنّه كان على علاقة جيّدة بملك سرقوسة هيرون الثاني Hiero II، فقد أهدى أحد مؤلفاته لابن هذا الملك. والملك هيرون الثاني هو الذي تُروى حوله قصة إهدائه تاجا من الذهب، وطلبه من أرخميدس معرفة ما إذا كان التاج قد صنّع فعلا من الذهب الخالص؛ ثمّ اكتشف أرخميدس لما أصبح يعرف بـ"مبدأ أرخميدس"، مطلقا عبارته الشهيرة "يوريكا" Eureka. هل وقعت هذه القصة بالفعل؟ لم يذكر أرخميدس شيئا عنها في مؤلفاته، لكنّ المؤكّد هو اكتشافه لهذا المبدأ.



الشكل 1. لوحة أرخميدس مفكرا (1620) للرسام الإيطالي دومينيكوفتي Domenico Fetti.
(Wikimedia Commons)

ترك أرخميدس مؤلفات عديدة. وبعض ما وصلنا منها:

- في الهندسة: "الكرة والأسطوانة" "On the Sphere and Cylinder" و"قياس الدائرة" "Measurement of a Circle"
- في الميكانيكا: "توازن المستويات" "On the Equilibrium of Planes" و"الأجسام الطافية" "Floating Bodies".

ورغم أصالة أعمال أرخميدس العلمية التي تعكسها مؤلفاته المذكورة، فإن شهرته في سرقوسة لم تكن بسبب إنجازاته في الرياضيات والميكانيكا، بل بسبب اختراعاته! لقد كان أرخميدس، حسبما ذكره بعض المؤرخين، مخترعا عظيما. وبعض اختراعاته استخدمت في حروب سرقوسة مع الرومان.

توفي الملك هيرون الثاني في سنة 215 قبل الميلاد. فقام الرومان بقيادة ماركوس Marcellus بالهجوم على سرقوسة. وبعد فترة حصار طويلة سقطت المدينة في أيدي الرومان في سنة 212 قبل الميلاد. وكان من بين ضحايا استيلاء الجيش الروماني على سرقوسة عالمها ومخترعها أرخميدس. يُروى أنّ جندياً رومانياً فاجأ أرخميدس، وهو منهمك في التفكير في حلّ إحدى المسائل العلمية، ولم يكن أرخميدس قد علم بشأن استيلاء الرومان على مدينته. حين طلب الجنديّ من أرخميدس أن يتبعه للقاء ماركوس، رفض الاستجابة قبل أن يكمل حلّ مسألته، فقتله الجنديّ. هذه واحدة من روايات ثلاث ذكرها الفيلسوف والمؤرخ الإغريقي بلوتارخ Plutarch، حول مقتل أرخميدس بُعيد استيلاء الرومان على سرقوسة.

يعتبر الكثير من مؤرخي العلوم أرخميدس أعظم رياضياتي في العصر القديم، وأحد أعظم الرياضياتيين في كلّ الأزمنة. وتقديراً لشأنه، اختير وجهه ليُنقش على ميدالية فيلدز Fields Medal، وهي إحدى أهمّ الجوائز في الرياضيات، إن لم تكن أهمّها على الإطلاق. وعلى الوجه الآخر من الميدالية، نقش شكل الكرة والأسطوانة، الذي يروى أنّه كان مرسوماً على قبر أرخميدس بناء على وصية منه.

2. طرس أرخميدس: الكنز المدفون

إذا كانت معرفة مؤرخي العلوم بمحتوى رياضيات بلاد ما بين النهرين أو مصر القديمة مبنية على مصادر أصلية تعود لأكثر من 3500 سنة، فإنّ الأمر مختلف بالنسبة للرياضيات الإغريقيّة. على سبيل المثال، فإن أقدم نسخة موجودة لكتاب "الأصول" The Elements تعود إلى القرن التاسع الميلادي، أي حوالي 1200 سنة بعد تحريره

من قبل الرياضياتي أقليدس السكندري Euclid of Alexandria. أخذ الإغريق عن المصريين القدماء فكرة استخدام ورق البردي للكتابة، ثم استبدلوه بعد بضعة قرون بالرقّ parchment، وهو ورق رقيق يُصنع من جلود الحيوانات. في معظم الحالات، لم تكن تلك النسخ المخطوطة لتملك القدرة على الصمود طويلاً أمام الزمن. لذلك كان من المؤلف أن يقوم الكتّبة بنسخ المؤلفات مرارا وتكرارا.

وخلال الربع الأخير من القرن العاشر الميلادي، قام أحد الكتّبة في مدينة القسطنطينية عاصمة الإمبراطورية البيزنطية، بنسخ مجموعة من مؤلفات أرخميدس على كتاب من الرقّ. تجدر الإشارة إلى الإمبراطورية البيزنطية شهدت إبان القرنين التاسع والعاشر الميلاديين نهضة ثقافية ورغبة في إحياء الموروث الإغريقي. فكانت مؤلفات أرخميدس ضمن أعمال إغريقية أخرى كثيرة نسخت في تلك الفترة.

وفي القدس، وبالضبط سنة 1229، أراد رجل دين مسيحي كتابة مجموعة أدعية وصلوات. كانت أمامه مجموعة مخطوطات قديمة من الرقّ فقرّر استعمالها للكتابة عليها. من أجل القيام بذلك، كان عليه أن يفتح المخطوط القديم ليتحصّل على صفحات مستقلة، ويستعمل سائلا حمضيا لمحو النص القديم، فتصبح بذلك أوراق الرقّ جاهزة للاستعمال من جديد. يسمّى هذا النوع من المخطوطات، أي تلك التي يتمّ محو ما فيها ليُعاد الكتابة عليها من جديد، الطّرس palimpsest.

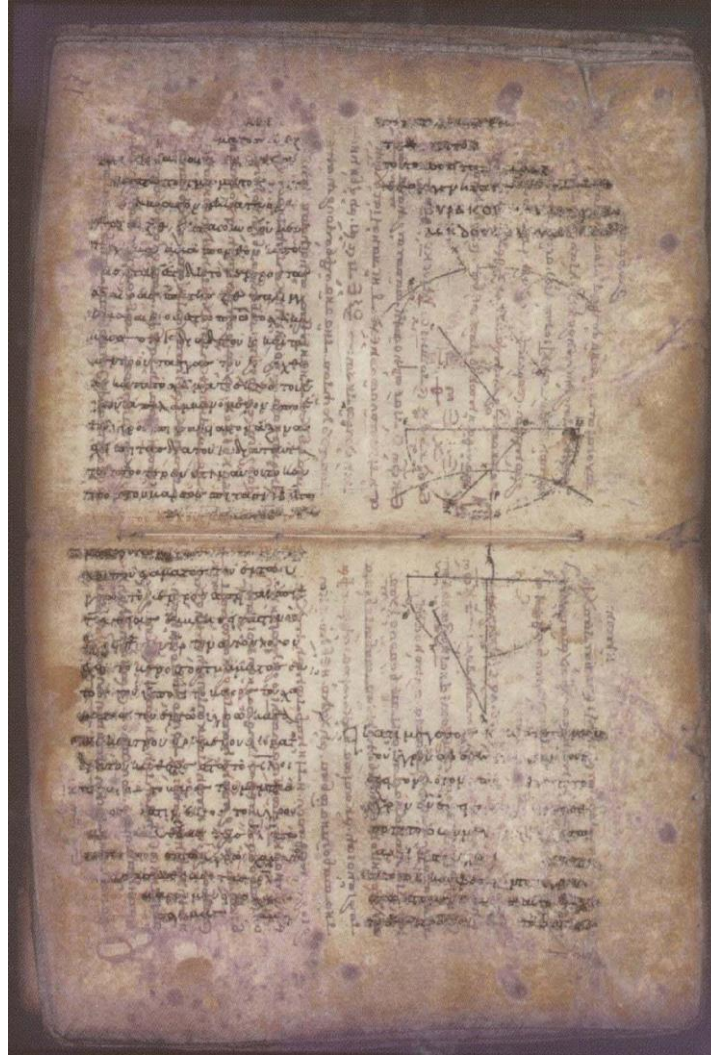
ولسوء الحظ أو لحسنه، كان أحد المخطوطات التي استعملت من أجل كتابة تلك الصلوات مخطوط أرخميدس. وبذلك دفنت مؤلفات أرخميدس التي نسخها كاتب في القرن التاسع، تحت نصّ ديني، وظلت مدفونة قرونا عديدة! تنقل مجلّد الصلوات المخطوط بين أديرة مختلفة ليحطّ رحاله أخيرا في مكتبة البطريركية القسطنطينية، خلال القرن التاسع عشر.

في سنة 1899، وأثناء القيام بجرد لفهرسة المخطوطات المتواجدة بمكتبة البطريركية القسطنطينية، انتبه المكلف بهذه المهمة لوجود نصّ مختلف، يظهر خلف نصوص الأدعية والصلوات الدينية. وهكذا بلغ الخبر للعالم اللغوي والمؤرخ الدانماركي ج. ل. هايبرغ J. L. Heiberg، فانتقل أثناء صيف سنة 1906 إلى إسطنبول لمعاينة المخطوط بنفسه. وكانت المفاجأة مذهلة! لقد اكتشف هايبرغ كنز أرخميدس المدفون!

لم تكن المفاجأة في اكتشاف أقدم مخطوط موجود لأعمال أرخميدس بالإغريقية فحسب، بل إنّ من بين الأعمال التي احتواها هذا الطّرس مؤلفات لم تكن معروفة من قبل. إليك قائمة مؤلفات أرخميدس الموجودة في طرس أرخميدس: "أواخر توازن المستويات"، ثمّ "الأجسام الطافية"، و"الطريقة" The Method و"الحلزونات" Spiral Lines، و"الكرة والأسطوانة"، و"قياس الدائرة"، وأخيرا "الستوماخيون" Stomachion.

يعتبر كتاب "الأجسام الطافية" الموجود في طرس أرخميدس النسخة الإغريقية الوحيدة الباقية، إذ كلّ ما كان موجودا قبل اكتشاف هايبرغ هو ترجمات لاتينية وعربية لهذا الكتاب. أمّا كتاب "الطريقة" فقد كان مفقودا، وكانت هذه أول مرّة يكتشف فيها محتواه. أثار هذا الكتاب بالذات اهتمام مؤرخي الرياضيات، إذ أنّه فريد من نوعه. وقد ألّف أرخميدس كتاب "الطريقة" للرياضياتي إراتوستينيس، شارحاً له فيه طريقته المعتمدة في إثبات بعض النتائج الهندسية. سنجيء الحديث عن "الستوماخيون" للقسم الثالث من هذا المقال.

لم يتمكن هايبرغ من نقل طرس أرخميدس معه إلى الدانمرك، لكنّ الكنيسة الأرثوذكسية سمحت له بأخذ صور فوتوغرافية للمخطوط. واستطاع باستعمال عدسة مكبرة نقل جزء كبير من نصوص أرخميدس المخطوطة تحت النصّ الديني. خصّ هايبرغ كتاب "الطريقة" بمقال نشره في سنة 1907. ثم قام بعد ذلك، خلال الفترة الممتدة بين سنتي 1910 و1915، بإعادة نشر الأعمال الكاملة لأرخميدس مستفيدا من اكتشافاته الأخيرة.



الشكل 2. صفحة من طرس أرخميدس ويظهر فيها النصّ الرياضي مكتوبا خلف النصّ الديني.
(mathshistory.st-andrews.ac.uk)

أثناء الاضطرابات السياسية التي عرفتها تركيا بعد الحرب العالمية الأولى، اختفى طرس أرخميدس في ظروف غامضة، ليظهر بعد حوالي نصف قرن في حوزة عائلة فرنسية ادّعت أنّها اشتريته من بائع كتب في تركيا. وفي خريف سنة 1998 باعت هذه العائلة طرس أرخميدس في مزاد علني بمدينة نيويورك. حضرت المزايد أطراف ثلاثة راغبة في اقتناء هذا المخطوط: وزارة الثقافة اليونانية، والبطيركية الأرثوذكسية اليونانية في القدس، ومندوب عن ثري أمريكي مجهول يهوى اقتناء المخطوطات النادرة. كان المخطوط من نصيب هذا الأخير بعد أن دفع مقابله أكثر من مليوني دولار أمريكي.

قام المالك الجديد لطرس أرخميدس بمنح المخطوط لمتحف والترز للفنون The Walters Art Museum في مدينة بالتيمور بالولايات المتحدة. لقد كان الطرس في حالة يرثى لها، إذ تأكله العفن خلال الفترة التي قضتها عند العائلة الفرنسية، ولم يكدر يرى شيء من نصوص أرخميدس. وبتمويل من مالك المخطوط المجهول، قام أمين المخطوطات والكتب النادرة بمتحف والترز، وويليام نويل William Noel بالإشراف على مشروع من أجل إصلاح المخطوط ومحاولة كشف نصوص أرخميدس التي ما عادت تظهر لا بالعين المجردة ولا حتى باستخدام العدسة المكبرة مثلما كان الحال مع هايبرغ. وفي سبيل ذلك، استعان ويليام

نويل بفريق من الباحثين في تخصصات مختلفة، وبالكثير من التقنيات الحديثة في التصوير بالأشعة، وبرمجيات أعدت خصيصاً من أجل الإرشاد في تخمين المفردات الإغريقية المخفية. استمر العمل في المشروع بضع سنوات، ليتم الكشف في الأخير عن طرس أرخميدس. في سنة 2007، قام ويليام نويل بمعينة أستاذ الفلسفة والدراسات الكلاسيكية بجامعة ستانفورد الأمريكية، والباحث في تاريخ الرياضيات الإغريقية، ريفيل نيتز Reviel Netz. بإصدار كتاب مليء بالإثارة، يرويان فيه قصة طرس أرخميدس. وجاء الكتاب تحت عنوان

The Archimedes Codex: How a Medieval Prayer Book is Revealing the True Genius of Antiquity's Greatest Scientist.

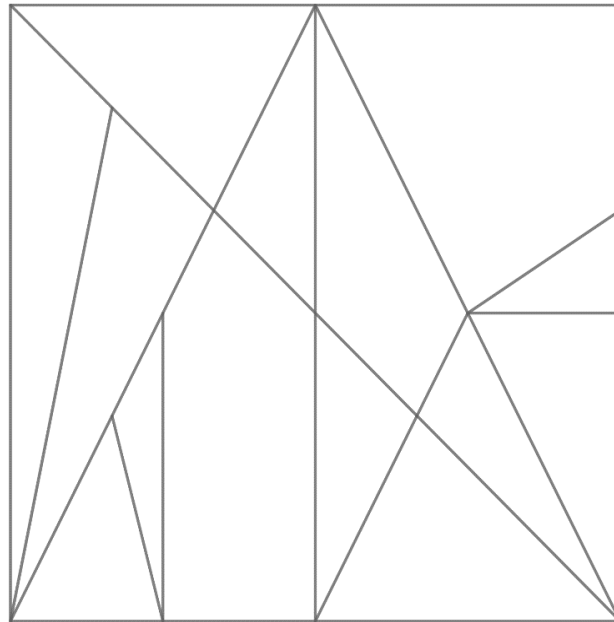


الشكل 3. طرس أرخميدس الموجود حالياً في متحف والترز للفنون في بالتيمور (archimedespalimpsest.org)

3. الستوماخيون: تفسير جديد لأحجية قديمة

"الستوماخيون" The Stomachion، أحد أعمال أرخميدس المكتشفة في طرس أرخميدس، عبارة عن أحجية. وإذا كان يبدو لك غريباً أن يكتب أرخميدس في الرياضيات المسلية، فلتعلم أنها ليست المرة الوحيدة. هناك مسألة أخرى تنسب إلى أرخميدس تدعى "مسألة الماشية" The Cattle Problem. تندرج هذه المسألة، والتي عثر عليها في مخطوط إغريقي قديم سنة 1773 في ألمانيا، ضمن المعادلات الديوفانتية. ورغم أنّ نصّ أرخميدس الستوماخيون، لم يكتشف سوى في بداية القرن العشرين إلا أنّ هذه الأحجية كانت قد ذكرت مرّات عديدة خلال القرون الأولى بعد الميلاد من قبل بعض الكتاب الرومان، مثل الشاعر الروماني أوسونيوس Ausonius. كان "الستوماخيون" أشبه بالأحجية الصينية المعروفة "تانغرام" tangram. فالمطلوب، أو على الأقل ما كان يعتقد أنّه المطلوب، هو تجميع 14 قطعة مضلّعة للحصول على أشكال مختلفة لحيوانات أو أشياء أخرى، بالإضافة إلى شكل المربع (الشكل الابتدائي). أُطلقت على "الستوماخيون" أسماء أخرى كثيرة مثل *loculus* Archimediis وتعني باللاتينية صندوق أرخميدس.

حين قرّر ويليام نويل الإشراف على مشروع إصلاح طرس أرخميدس وإعادة اكتشاف نصوصه المخفية، كان يأمل أن يقوده هذا المشروع إلى نتائج جديدة لم يسبق لهايبرغ الوصول إليها. ولدراسة النصوص الرياضية استعان بالأستاذ ريفيل نيتز، وهو أحد الباحثين في الرياضيات الإغريقية. لم يكن سهلا على نيتز قراءة الورقة الأخيرة من الطرس، والتي كانت تضم نص "الستوماخيون"، فقد كانت الأكثر تضررا في المخطوط كله. لذلك كان عليه أن يعود لأعمال أرخميدس التي نشرها هايبرغ. لكن حسب رأي نيتز، لم يلق "الستوماخيون" الاهتمام الكافي من هايبرغ، ولا من مؤرخ العلوم الهولندي إدوارد يان ديكسترهويس Eduard Jan Dijksterhuis، صاحب أهم كتاب حول حياة وأعمال أرخميدس. وقد يكون السبب الرئيسي في ذلك أنّ نص "الستوماخيون" الموجود غير كامل، فهو مجرد ورقة واحدة!



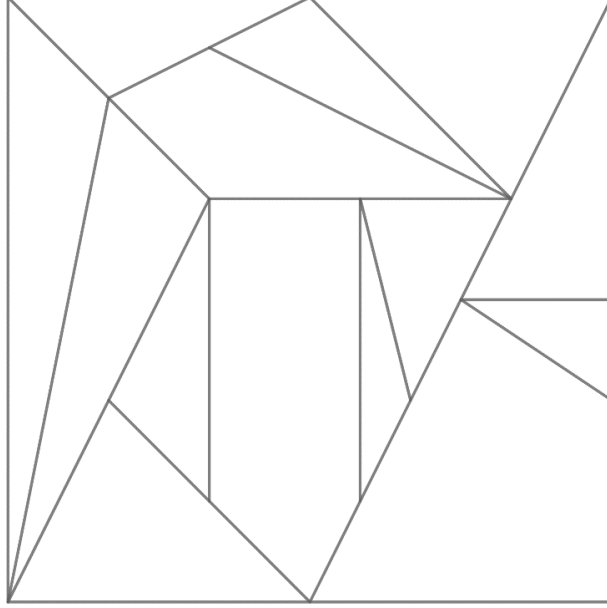
الشكل 4. "الستوماخيون" يتكوّن من 14 مضلّعا تشكل معًا مربعًا

كان مؤرخ العلوم السويدي والمختصّ في تاريخ الفلك والرياضيات العربية هاينريخ سوتر Heinrich Suter قد نشر سنة 1899 نصّا لترجمة عربية لجزء من "الستوماخيون"، تعود للقرن السابع عشر. كان النصّ العربي يعطي فكرة مختلفة عمّا كان متداولًا حول مضمون هذه الأحجية. فالمطلوب في النسخة العربية هو قسمة المربع، إلى أربعة عشر شكلا بنسب معينة. وكانت مساحات هذه الأشكال تمثل النسب التالية من مساحة المربع الكلي:

$$1/16, 1/48, 1/6, 1/24, 1/24, 1/12, 1/12, 1/24, 1/48, 1/24, (1/2)(1/6) + (1/2)(1/8), 1/12, 1/12, 1/12.$$

بالاستعانة بما جاء في النسخة العربية، وبالتعاون مع باحثين آخرين، توصل نيتز إلى نتيجة مفادها أنّ أرخميدس قد يكون في هذه الأحجية، يريد معرفة كلّ الوضعيات التي يمكن تشكيلها باستعمال المضلّعات الأربع عشرة من أجل الحصول على شكل المربع. نشر نيتز نتائج بحثه في مقال مشترك مع باحثين آخرين سنة 2004. لكن هل هذا هو فعلا ما قام به أرخميدس؟ يصعب الجزم بذلك في ظلّ عدم العثور على نص "الستوماخيون" كاملا. قبل نشر مقال نيتز حول تفسيره الجديد للستوماخيون، كان قد عرض على رياضياتيين وباحثين مهتمين بهذا الموضوع مسألة تحديد عدد كلّ الوضعيات الممكنة لتشكيل المربع باستخدام الأربعة عشر مضلّعا. وفي نوفمبر

2003، توصل بيل كاتلر Bill Cutler، باستخدام برنامج حاسوبي، إلى وجود 17152 وضعية ممكنة! أو 536 وضعية بإهمال الدورانات والانعكاسات.



الشكل 5. الوضعية رقم 17 لبيل كاتلر

يشبه أحد أساتذة التاريخ عمل المؤرخين في سبر تاريخ البشرية بما يقوم به علماء الفلك من اكتشاف للنجوم والمجرات في السماء. وكما أنّ التكنولوجيا الحديثة وسّعت المُدرك من عالم الفضاء، كذلك جعلت من المخفي مرئياً في عالم المخطوطات. على أمل أن يكتشف نص "الستوماخيون" كاملاً ننهي مقالنا هذا.