فيبوناتشي: هذا السنونو ...!

محمد حازي
أستاذ متقاعد، المدرسة العليا للأساتذة، القبة
hazi@hotmail.fr

1. وقفة عند العنوان

إذا كان الشاعر قديما قال "لسان الفتى نصف ونصف فؤاده ..." أجدني أستعير هذا الشطر لأعلن أنّ عنوان هذا المقال نصف ونصف فحواه كما سأفصح عنه.

لو غمضت عيني لحظة لعاد بي الزمن إلى عالم الطفولة الأولى حيث تتراءى لي قريتي ببيوتها المتناثرة هنا وهناك. إنّها بيوت الطين والحجر. سقوفها خليط من أخشاب يعلوها تراب فوقه قراميد حمراء قانية.

كلّما تأهّب الربيع للحلول حطّ في بيتنا زائر ظريف، وأخذ في تهيئة مقرّ له ولذويه في أحد الأخشاب الأفقيّة من السقف. إنّه الطائر المهاجر السنونو الذي لا تكاد تخلو منه دار. إنّه بشير الربيع!

فكما أنّه من الطبيعيّ إن قلت صخرا امتثلت أمامك الخنساء بقامتها الشعريّة النُواحيّة السامقة، وإن قلت عبلة سمعت جلبة أرجل حصان عنترة غير بعيد، فعند أقوام كثيرة كلّما نطقت بالسنونو تبادر إلى أذهانهم الربيع بزهره الحلو البديع.

فكذلك ليوناردو بيزانو والساحة العلميّة الرياضياتيّة الإسلامية العربيّة. فقد نهل من المعرفة العربيّة من البلاد الإسلاميّة شرقها وغربها، وحمل ذلك إلى بلاده فأفرخ حمله هناك. كلّما نادى الزمان وصاح: فيبوناتشي! وجدت الصدى يردّد دونما لبس أو كلل، أبو كامل! ثابت بن قرّة! إبراهيم بن سنان! الخوارزمي! نصير الدين الطوسي! المؤتمن بن هود! السموأل!... فذكره ذكر لهؤلاء الأسلاف الأمجاد الذين صنعوا ربيع الأمّة الرياضياتي وخلّدوها بأعمالهم وعطاءاتهم، فبوّؤوها مكانها برجا عاليا بين الأمم، ووضعوا بإسهاماتهم لبنات متينة في بناء عرش الإنسانيّة الدائم.

2. نشأته

ولد العالم الرياضياتيّ الإيطاليّ فيبوناتشي (Fibonacci) في مدينة بيزا بتوسكانا (في إيطاليا الحالية) عام 1170م. كان يُعرف فيما مضى باسم ليوناردو بيزانو (نسبة إلى مدينته بيزا)، كما كان يعرف باسم ليوناردو بيڤولو (وتعني Bigollo المسافر)، وهو الاسم الذي ذكره ليوناردو لنفسه في كتابه فلوص (Flos) عام 1225. غير أنّ اسمه الحقيقيّ قد يكون ليوناردو ڤيلييلمي (Leonardo Gulielmi). بعد وفاته تعلّق به اسم فيبوناتشي، الذي يعني ابن بوناتشي أو منحدر من سلالة بوناشيو، حيث كان هذا الإجراء مألوفا وجاريا آنذاك، واشتهر به اليوم في عالم الرياضياتيين.

في عام 1240 تلقى ليوناردو تكريما رسميّا من بيزا نظير الخدمات التي قدّمها بصفته أخصائيّا في المالية، باسم ليوناردو بيزانو بيڤولو. كثيرة هي المقاربات التي حاولت وضع تفسير للفظ بيڤولو. يمكن القول هنا إنّ لفظ "فيبوناتشي" من صنع المؤرّخ الرياضياتيّ ليبري (Libri) عام 1838. ليس هناك دليل على أنّ ليوناردو أشار لنفسه أو أُشير إليه من قِبَل معاصريه بهذا اللقب. مثل هذه الأخطاء للأسف الشديد مألوفة في تاريخ الرياضيات، إذ تعيش هذه الأخطاء وتعمّر إلى حدّ يُظهرها ويُصيّرها صحيحة مستساغة مقبولة.

كان تعليمه بالأساس في شمال إفريقيا، ذلك أنّ والده كان موفدا من قبل إمارة بيزا، مشرفا على أسواقها في الجزائر وتونس والمغرب. كانت بجاية في تلك الحقبة مركز إشعاع ثقافيّ وعلميّ مزدهر، يسكنها ويحجّ إليها علماء كثيرون كسيدي بومدين وابن حمّاد وعبد الحقّ الإشبيلي وأبي حامد الصغير. على إثر أسفاره العديدة التي قادته إلى مصر وسوريا وصقلية وغيرها من الأصقاع، واحتكاكه بالكثير من الرياضياتيّين، جلب إلى بيزا سنة 1198، حسبما قيل، الأرقام العربيّة المستعملة اليوم والترميز الجبريّ.

لمّا استقرّ به الحال في بيزا بعد أسفاره واشتغاله خارجها ارتبط بالبلاط الإمبراطوريّ، فكانت له حظوة عند الإمبراطور فريدريك الثاني. قضى الفترة الممتدّة من 1202 إلى 1225 في التأليف. وبعد 1228 تكاد حياة فيبوناتشي تكون عنّا مجهولة، إذ لا يُعرف الكثير عن أواخر حياته، بل إنّ سنة مماته لم تكن معروفة على وجه الدقّة.

اشتهر فيبوناتشي اليوم أساسا بالأعداد والمتتالية التي ربطها باسمه إدوار لوكاس (Eduard Lucas) بعد دراستها؛ غير أنّ صيته ذاع فيما مضى بسبب أعماله على الحساب التجاري: حساب الأرباح، تحويل العملات لدول مختلفة، إلخ.

3. مؤلّفاته

أ. "ليبر أباتشي" Liber abaci

هو العمل الأكثر شيوعا ومرجعيّة لليوناردو بيزانو، أصدره في سنة 1202. تأثّر فيبوناتشي في هذا الكتاب بحياته في الدول الإسلاميّة، إذ قام بتحرير جزء منه من اليمين إلى اليسار. عرّف فيبوناتشي من خلال هذا الكتاب الأوروبيّين بأنظمة الحساب والكتابة العربيّة. وقد كان هذا النظام يفوق بمراحل النظام الرومانيّ المعتمد آنذاك في أوروبا.

- نجد في الجزء الأول من الكتاب النظام الموقعيّ للأرقام العربيّة، والعمليات الحسابيّة من جمع وطرح وضرب وقسمة وكذا طرق المرور من نظام ترقيم إلى آخر.
- الجزء الثاني مكرّس لإنشاء أمثلة للتجارة، كتحويل الصرف والقياسات وحساب الفوائد.
- الجزء الثالث يحاضر حول مسائل رياضياتية كمبرهنة البواقي الصينيّة ومفهوم العدد المثاليّ وبعض الدساتير الرياضياتيّة كالمتتالية العدديّة. نجد كمثال لمتتالية رياضياتيّة، ذلك المتعلّق بمسألة تكاثر الأرانب والذي أسّس لمتتالية فيبوناتشي، التي تعد المصدر الرئيس لشهرته الحالية.
- الجزء الرابع يستعرض تقريبات عدديّة وهندسيّة لبعض الأعداد الصمّاء كالجذور التربيعيّة وكذا قواعد التناسب.

يتضمّن الكتاب أيضا براهين بالهندسة الإقليديّة ودراسة لجملة المعادلات الخطيّة في سياق ديوفانتوس (Diophantus)، وجدها في أعمال الرياضياتيّ الكرجي.

ب. Practica geometriae (1223)

هو كتاب في الهندسة وحساب المثلّثات.

ج. كتاب المربّعات Liber quadratorum (1225)

يعتبر الجانب الضخم من أعمال فيبوناتشي. هو كتاب في مسائل حسابيّة تبحث في العلاقة بين مربّعات أعداد ومجاميع الأعداد الفرديّة. كانت هذه المسائل منطلقا شيّد من خلالها فيبوناتشي نظرية رياضياتيّة ونتائج كبرى. لقد

حلّ أربعا وعشرين مسألة مبنيّة على خصائص الأعداد الفرديّة ومربّعاتها. إنّها مسائل مألوفة في الجبر الديوفانتيّ، غير أنّ فيبوناتشي استخدم فيها طرق حلّ ذاتية تخصّه. هذه عيّنة منها:

"القضية الثانية: كلّ مربّع يفوق المربّع الذي قبله بمجموع جذريهما."

بطبيعة الحال، فالأمر يتعلّق بأعداد طبيعيّة.

د. Flos (1225)

هو جمع لحلول مسائل طرحها فيلسوف البلاط جيوفاني دي بالرمو (Giovanni de Palermo) في مسابقة في الرياضيات من تنظيم الإمبراطور فريدريك الثاني وبحضوره؛ وهي مسائل انفرد فيبوناتشي في القدرة على حلّها.

4. مقتطفات

1.4. متتالية فيبوناتشي

في إحدى المسائل الترفيهيّة تعرّض فيبوناتشي إلى تكاثر الأرانب:

"وضع رجل زوجا من أرنبين في مكان معزول من كلّ الجوانب بحائط. ما هو عدد الأزواج الذي سيحصل عليه خلال عام، إذا كان كلّ زوج يولّد كلّ شهر زوجا جديدا بدءا من الشهر الثالث من حياته".

أ. الصيغة التراجعيّة

لنرمز بـ F_n لعدد الأزواج في مستهل الشهر n. المتتالية التي ألحقها لوكاس بفيبوناتشي هي المتتالية التي يكون فيها كلّ حدّ هو مجموع الحدّين السابقين. وبعبارة أدقّ، هي المتتالية ذات الشكل التراجعيّ:

$$\begin{cases} F_{n+1} = F_n + F_{n-1}, \\ F_0 = F_1 = 1. \end{cases}$$

إنشاء أعداد فيبوناتشي

$$\begin{array}{ccccccccccccccccccccc}
0 \\
 & & 1 \\
0 & + & 1 & = & 1 \\
 & & 1 & + & 1 & = & 2 \\
 & & & & 1 & + & 2 & = & 3 \\
 & & & & & & 2 & + & 3 & = & 5 \\
 & & & & & & & & 3 & + & 5 & = & 8 \\
 & & & & & & & & & & 5 & + & 8 & = & 13 \\
 & & & & & & & & & & & & 8 & + & 13 & = & 21 \\
 & & & & & & & & & & & & & & 13 & + & 21 & = & 34 \\
 & & & & & & & & & & & & & & & & 21 & + & 34 & = & 55
\end{array}$$

0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55

ب. مزايا

نجد لهذه الأعداد دورا في:

- الشكل البنائيّ لنوع من القصائد الشعريّة؛
- كثير من مسائل التعداد؛

- دراسة تنفيذ خوارزمية أقليدس التي تعيّن القاسم المشترك الأعظم لعددين طبيعيّين؛
- دستور أقطار المثلث الحسابيّ.

ج. العبارة الداليّة للمتتالية

نبحث عن عبارة دالية لمتتالية فيبوناتشي تسمح بحساب عدد الأزواج من أجل قيمة معينة للدليل n دونما حاجة إلى قيم أخرى، الأمر الذي لا تتيحه الصيغة التراجعيّة للمتتالية. نلاحظ أنّ المتتالية تراجعيّة خطّية من الرتبة الأولى. إنّها تقبل المعادلة المميّزة من الدرجة الثانية:

$$x^2 = x + 1$$

أي

$$x^2 - x - 1 = 0.$$

لهذه المعادلة جذران حقيقيان هما $x_1 = \varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ وهو المشهور بالعدد الذهبي، والجذر الآخر هو $x_2 = \varphi' = \frac{1-\sqrt{5}}{2} = -\frac{1}{\varphi}$.

نستخلص أنّ $F_n = \alpha\varphi^n + \beta\varphi'^n$، حيث α و β ثابتان يعيّنان انطلاقا من العنصرين الابتدائيّين F_0 و F_1.

نخلص من هذا إلى العلاقة الداليّة المنشودة والتي تعطي العدد الفيبوناتشيّ ذا الرتبة n:

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\varphi^n - \varphi'^n\right),$$

وباستبدال φ و φ' بقيمتيهما نحصل على **دستور بينيه (Binet, 1843):**

$$F_n = \frac{\left(1+\sqrt{5}\right)^n - \left(1-\sqrt{5}\right)^n}{2^n\sqrt{5}}.$$

ملحوظة

للمتتالية، من أجل الأعداد السالبة، الشكل:

$$\forall n \in \mathbb{N}, F_{-n} = (-1)^{n+1}F_n.$$

أعداد فيبوناتشي حول الصفر هي:

…, -8, 5, -3, 2, -1, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, …

د. خصائص أساسيّة

- نهاية نسبة حدّين متتاليين تعدل العدد الذهبيّ

$$\lim_{n\to\infty}\frac{F_{n+1}}{F_n} = \lim_{n\to\infty}\frac{\varphi^{n+1} - \varphi'^{n+1}}{\varphi^n - \varphi'^n} = \lim_{n\to\infty}\varphi\frac{1-\left(\frac{\varphi'}{\varphi}\right)^{n+1}}{1-\left(\frac{\varphi'}{\varphi}\right)^n} = \varphi,$$

- $\forall (p,q) \in \mathbb{N}^* x\mathbb{N}, F_{p+q} = F_{p-1}F_q + F_pF_{q+1}$

- $\forall(k,n) \in \mathbb{N}x\mathbb{N}^*, F_n / F_{nk*}$
- $\forall(p,q) \in \mathbb{N}^2, F_p \wedge F_q = F_{p\wedge q*}$
- $\forall n \in \mathbb{N}^*, L_n = F_{n-1} + F_{n+1}.$

أعداد لوكاس معطاة بالعلاقة التراجعيّة ذاتها مع أخذ $L_0 = 2$ و $L_1 = 1$.

- $\forall n \in \mathbb{N}, F_{2n} = F_n L_n$
- $\forall n \in \mathbb{N}^*, F_{2n-1} = {F_{n-1}}^2 + {F_n}^2$

- مجموع الأعداد الفيبوناتشيّة n الأولى يساوي العدد ذا الرتبة $n+2$ منقوصا منه 1:

$$\forall n \in \mathbb{N}, 1 + \sum_{i=1}^{n} F_i = F_{n+2}$$

- مجموع الأعداد الفيبوناتشيّة الزوجيّة الدليل n الأولى يساوي العدد ذا الرتبة $2n+1$ منقوصا منه 1:

$$\forall n \in \mathbb{N}, 1 + \sum_{i=0}^{n} F_{2i} = F_{2n+1}$$

- $\forall n \in \mathbb{N}, F_{n+1} = 1 + \sum_{k=0}^{\infty} C_{n-k}^{k}$
- $\forall n \in \mathbb{N}^*, \varphi^n = F_n \varphi + F_{n-1}.$
- $\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0,1,2\}, F_{n+2}F_{n+1}F_{n-1}F_{n-2} - F_n^4 + 1 = 0$

هـ. خصائص أخرى

- كل حدّين متجاورين F_n و F_{n+1} أوّليان فيما بينهما.
- علاقة سيمسن (Simson):

مربّع عدد فيبوناتشيّ يساوي حاصل ضرب مجاوريه بتقريب 1؛ وبعبارة أخرى، جداء الحدّين الطرفين في كلّ ثلاثة حدود متتابعة يعدل مربّع الحدّ المركزيّ بتقريب 1:

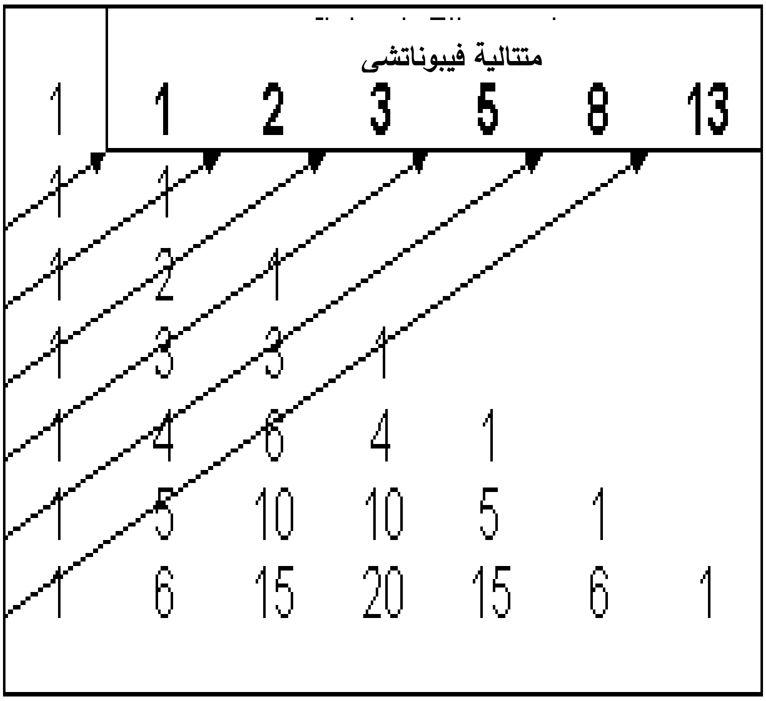
$$\forall n \in \mathbb{N}^*, F_n^2 = F_{n+1}F_{n-1} + (-1)^{n-1}$$

أمثلة: (ترمز الأرقام بين قوسين لرتبة العدد الفيبوناتشيّ المعني.)

(678)	**(456)**	**(345)**
$13^2 - 8 \times 21 = 1$	$5^2 - 3 \times 8 = 1$	$5 \times 2 - 3^2 = 1$
(91011)	**(8910)**	**(789)**
$34 \times 89 - 55^2 = 1$	$34^2 - 21 \times 55 = 1$	$13 \times 34 - 21^2 = 1$

- **في المثلّث الحسابيّ، مجموع الأقطار سلاسل فيبوناتشيّة:**

$$\forall n \in \mathbb{N}, F_{n+1} = \sum_{i=0}^{n} (i)^{n-i}$$



- **مجموع مربّعي عددين فيبوناتشيّين متتابعين عدد فيبوناتشيّ:**

$$F_n^2 F_{n+1}^2 = F_{2n+1}. \forall n \in \mathbb{N}$$

لاحظ أن مجموع دليلي العددين يساوي دليل العدد الناتج. لدينا على سبيل المثال:

الرتبة	4	5	4+5=9
العدد الفيبوناتشيّ	3	5	34
المربّع	9	25	34

2.4. العدد الذهبيّ

أ. التعريف الفنّيّ

عند الفنّانين سواء أكانوا رسّامين أو نحّاتين أو معماريّين يُعرف العدد الذهبيّ على النحو:

" لكي يبدو حيز مقسوم مشطور وفق أقساط متباينة جميلة ومتناسقة ينبغي أن تربط بين الجزأين الصغير والكبير العلاقة ذاتها التي تربط الكبير بالحيز بأكمله ". صاغ هذا التعبير المعماريّ الرومانيّ فيتروفيو (Vitruvius).

ب. التعريف الرياضياتي

لتكن B نقطة من قطعة مستقيمة $[AC]$ نفترض أنّ B أقرب إلى C منها إلى A. نقول بأنّ B تفصل القطعة وفق العدد الذهبيّ إذا تحقّقت المساواة:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{AB}.$$

العدد الذهبيّ هو القيمة المشتركة لهاتين النسبتين.

ج. حساب العدد الذهبيّ

لنختر طول القطعة $[BC]$ كوحدة ولنشر لطول القطعة $[AB]$، الممثّل للعدد الذهبيّ، بـ φ. اختير هذا الحرف اليونانيّ φ "في"، تكريما للنحات اليونانيّ "فيدياس" (Phidias)، الذي يرجع إليه السبق في استعمال العدد الذهبيّ. يكون لدينا عندئذ $AC = \varphi + 1$. وبالتعويض في العلاقة الأصليّة يأتي:

$$\frac{\varphi}{1} = \frac{\varphi + 1}{\varphi}.$$

وعليه

$$\varphi^2 - \varphi - 1 = 0.$$

هذه معادلة جبريّة من الدرجة الثانية تقبل جذرين حقيقيّين. ولمّا كان أحدهما سالبا أبقينا على الموجب:

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

إحدى قيم العدد الذهبيّ التقريبيّة هي:

1,61803398874989.

د. الأعداد الفيبوناتشيّة والعدد الذهبيّ

الرتبة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
F_n اعتيادي	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55
$F_n\,(0,2)$	0	2	2	4	6	10	16	26	42	68	110
$F_n\,(0,3)$	0	3	3	6	9	15	24	39	63	102	165
$F_n\,(1,3)$	1	3	4	7	11	18	29	47	76	123	199

12	13	14	15	16	17	18	19	20	النسبة (العدد الذهبيّ)
89	144	233	377	610	987	1597	2584	4181	1,618034056
178	288	466	754	1220	1974	3194	5168	8362	1,618034056
267	432	699	1131	1830	2961	4791	7752	12543	1,618034056
322	521	843	1364	2207	3571	5778	9349	15127	1,618034014

هـ. توسيع

انطلاقا من تعريف القطعة الذهبيّة يمكن توسيع التعريف إلى غيرها من الأشكال.

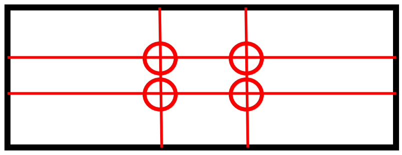
فالمستطيل الذهبيّ هو المستطيل الذي تعدل نسبة أطوال أضلاعه العدد الذهبيّ φ.

والمثلّث الذهبيّ هو المثلّث المتساوي الساقين الذي تعدل فيه نسبة طول قاعدته إلى طول الضلعين الآخرين، أو النسبة العكسيّة، العدد الذهبيّ φ.

والقطع الناقص الذهبيّ هو القطع الناقص الذي تعدل فيه نسبة طولي قطريه الأكبر والأصغر العدد الذهبيّ φ.

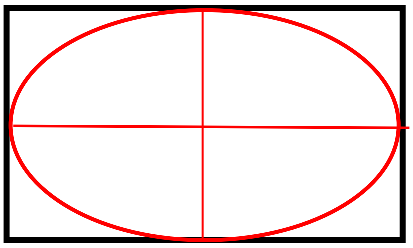
الشكل 1.

الشكل 1. في القطعة المستقيمة نقطتان ذهبيتان (متناظرتان إزاء منتصف القطعة).



الشكل 2.

الشكل2. في المستطيل أربع نقاط ذهبيّة، هي حصيلة تقاطع المستقيمات الموازية للطول والعرض والمنطلقة من النقاط الذهبيّة.



الشكل 3.

الشكل 3. مستطيل ذهبيّ مع القطع الناقص الذهبيّ المرفق.

3.4. فضول عدديّ

- جداء عددين فيبوناتشيّين ليس فيبوناتشيّا.
- كلّ عدد فيبوناتشيّ مختلف عن 1 ليس مكعّباً.
- أصغر عدد فيبوناتشيّ مكرّر الأرقام هو العاشر: 55.
- العدد الفيبوناتشيّ (المختلف عن 1) المربّع الوحيد هو الثاني عشر: 144 (مربّع دليله).
- أصغر عدد فيبوناتشيّ يحوي جميع الأرقام هو الرابع والسبعون: 1304969544928657.

5. تقاطع أعماله مع غيره من العرب

ثلاث شهادات:

- في كتابه الذائع الصيت "ليبر أباتشي" (Liber abaci) أعطى ليوناردو قبسا حول اقتباساته: "لقد علّمني والدي بامتياز أنظمة الترقيم العربيّ. الهندي وكذا الحساب. لقد سعدت بهذا التكوين إلى درجة أنّي واصلت فيما بعد دراسة الرياضيات إلى جانب الأعمال مع مصر وسوريا واليونان، واستفدت كثيرا من المناقشات

والمناظرات مع علماء تلك الأمصار. وعند عودتي إلى بيزا قمت بتأليف هذا الكتاب ذي خمسة عشر فصلا ضمنها ما أحسست بأنّه الأفضل من الطرق الهنديّة والعربيّة والإغريقيّة. لقد أدرجت براهين لكثير من المسائل غير المفهومة من قبل القارئ الإيطاليّ."

- من المعروف أنّ ليوناردو عرف أعمال أبي كامل شجاع والكرجي واستفاد منها في كتبه؛ وأوّل من نبّه إلى ذلك صاسردوط (Sacerdote) ثمّ تبعه وينبيرغ (Weinberg) وليفي (Levi) وفوجال (Vogel) وسزيانو (Sésiano) وغيرهم.

  نجد في الفصل الخامس عشر من كتاب **(ليبر أباتشي)** المعادلات النموذجيّة الستّ كما ذكرها أبو كامل ومن قبله محمد أبو موسى الخوارزمي. وجزء على الأقل من جبر ليوناردو يطابق تماما ما جاء عند أبي كامل شجاع بن أسلم. وفي القسم الثاني من كتابه الجبر والمقابلة حيلة لإيجاد طول ضلع مخمّس أو معشّر أو مضلّع ذي خمسة عشر زاوية نجد:

من أصل العشرين مسألة التي عالجها أبو كامل في هذا القسم حول متعددات الأضلاع، نجد سبعة عشر مسألة منها مطابقة تماما بالأعداد والأمثال ذاتها في كتابه والذي نشره الأمير Baldassare Bonocompagni في روما (1857-1862) تحت عنوان Practica geometriae (الجزء الثاني). والمسائل من 16 حتى 20 نجدها عند ليوناردو مطابقة لما جاء عند أبي كامل ما عدا المسألة 17 إذ أنّها معروضة بشكل أبسط عند ليوناردو ممّا جاء عند أبي كامل.

في كتاب الجبر والمقابلة لأبي كامل نجد:

"إذا قيل لك عشرة قسمها على قسمين فقسمت كلّ واحد من القسمين على الآخر وجمعتهما وكان جذر خمسة دراهم". تكتب الآن:

$$\begin{aligned}
&\frac{x}{10-x}+\frac{10-x}{x}=\sqrt{5}\\
&x^2+(10-x)^2=\sqrt{5}(10-x)x\\
&x^2+100-20x+x^2=10\sqrt{5}x-\sqrt{5}x^2\\
&2x^2+100-20x=10\sqrt{5}x-\sqrt{5}x^2\\
&(2+\sqrt{5})x^2+100=(20+\sqrt{500})x\\
&x^2+\sqrt{50000}-200=10x.
\end{aligned}$$

ويذكر ليوناردو المسألة ذاتها والحلّ ذاته إلاّ أنّه يضيف الشكل التالي للحلّ فيفرض أنّ $y=\frac{10-x}{x}$ فتكون المعادلة

$$y^2+1=\sqrt{5}y$$

- من المعلوم لدى العامّة أنّ ليوناردو قد تعلّم الكثير من الرياضيات من مصادر عربيّة في بجاية وأراضي إسلاميّة أخرى. لا يمكننا الجزم بكلّ تأكيد بأنّ " كتاب المربّعات " أصيل بأكمله وذلك راجع لشحّ المعلومات حول تاريخ الرياضيات لتلك الحقبة. قام فرانز ووبكي (Franz Woepcke) في ترجمته لكتاب "الفخري" للكرجي بإبراز أوجه التشابه والاختلاف بين الفخري وأعمال ليوناردو. كما قام أنبوبة (Anbouba) بتسجيل التشابهات بين عملي ليوناردو والخازن.

خاتمة

يُجمِع المختصّون أنّ أعمال فيبوناتشي الرياضياتيّة خلاّقة ومبدعة وذات جودة عالية؛ ليس لها في أوروبا مثيل طيلة أكثر من ثلاثة قرون طوال. أدخل إلى أوروبا أرقام وحساب وجبر الشرق، عربه وهنده.

ليس في زعمنا من خلال هذه المساهمة تسليط الضوء على هذه الشخصيّة، وقد كان، وإنمّا لنسهم في إبقائه نبراسا متلألئا مسلّطا على أحد الدلائل الأبديّة على النشاط الرياضيّاتيّ عند سلفنا وواحدة من القنوات الكبرى التي مكّنت له من أن يشّع، ليس على الغرب، إذ هذا المصطلح في عرفي قد ولّى وانقرض، وإنّما على الإنسانية جمعاء.

مراجع

1. Aïssani D. & Dominique V. (2002) : Mathématiques, Commerce et Société à Béjaïa (Bugia) au moment du séjour de Leonardo Fibonacci, in: Enrico Giusti & Marco Tangheroni (éd.), Leonardo Fibonacci. Mathematica e Società nel Secolo XIII, Pisa (Italia).
2. Aïssani D. (1994) : Les mathématiques dans la Bougie médiévale et Fibonacci, in: Leonardo Fibonacci, Il tempo, le opere, l’eredità scientifica, Pacini Editore, Piza.
3. Berggren L. (2003): Tenth-Century Mathematics Through the Eyes of Abu Sahl al-Kuhi" in The Enterprise of Science in Islam: New Perspectives, Cambridge: The MIT Press.
4. Hogengijk J. & Sabra A. (2003) : The enterprise of science in Islam, Cambridge, The MIT Press.
5. Rashed R. & Housel C. (2005) : Thabit ibn Qura et la théorie des parallèles, Arabic sciences and philosophy, 15 (1).
6. Sésiano J. (1982) : Books IV and VII of Diophantus’Arithmetica in the Arabic translation, Springer-Verlag.
7. Sigler L.E. (2002) : Fibonacci's Liber abaci: A translation into modern English of Leonardo Pisano's Book of calculation, Springer-Verlag.