

## الرياضيات ابن حمزة الجزائري (القرن 16م)

مقتدر زروقي

أستاذ متقاعد، المدرسة العليا للأساتذة، القبة

zerrouki.m@gmail.com

### مدخل

كثير من الرياضياتيين الذين اشتغلوا بالتدريس والتأليف، نعرف أسماءهم وعناوين بعض كتبهم، ولا نعرف إلا النزر القليل عنهم وعن مؤلفاتهم، ومنهم ابن حمزة الجزائري (كان حيا سنة 999هـ/1590) الذي اشتغل بتدريس الرياضيات، وألف فيها. ومن حسن الحظ أن المؤرخ التركي حاجي خليفة عرّفنا بكتابه، وفيما بعد درس المهندس التركي صالح زكي بعض مضامين هذا الكتاب، وأفادنا المؤرخ الفلسطيني حافظ طوقان ببعض هذه المضامين. وأخيرا زاد الحديث عنه وعن أعماله الأستاذ خالد سعد الله، كما تناوله الباحث الفرنسي بيير أجيرون Pierre Ageron في مقالتين مشككا في أسبقيته إلى فكرة اللوغاريتم.

ومن المسائل التي عُرّف بها ابن حمزة المسائل الثلاث التالية:

- المسألة السبئية التي تناولها شيخ الإسلام ابن غازي المكناسي، واستعمل الترميز الرياضي في حلها، بل تعتبر في تاريخ الرياضيات أول مسألة رياضية حُلّت حلا كاملا بالترميز الرياضي الخالص؛
- المسألة التجارية التي وقعت في قصبة الجزائر، والتي أسماها ابن حمزة بالمسألة الجزائرية؛
- المسألة المسماة بالمسألة المكية، وهي التي حيرت الفرضيين والحاسبين الهنود.

نستعرض في هذه المقالة بإيجاز المسألة الأخيرة. وقد نتبعها بمقالة ثانية تستعرض بقية أعماله. نلاحظ أن بعض الكتاب النشطين علميا اعتقدوا أن المسألة الجزائرية هي نفسها المسألة المكية. وهذا خلاف للحقيقة.

### 1. لمحة تاريخية عنه

هو عليّ بن وليّ، يعرف بابن حمزة المغربي، ولد بمدينة الجزائر من أب جزائري وأم تركية. بدأ تعليمه الأولي في العربية والقرآن والحساب عن شيوخ الجزائر العاصمة، فظهر نبوغه العلمي. ولما بلغ العشرين من عمره أرسله أبواه إلى أخواله بإسطنبول ليكمل تعليمه العالي هناك، فأتقن اللغة التركية وبرز في الرياضيات، ثم عاد إلى الجزائر إثر وفاة أبيه. وبعد ذلك سافر مع أمه إلى الحجاز لأداء فريضة الحجّ، واستقر به المقام في مكة المكرمة، وتفرغ لتعليم المسلمين الحساب من أجل حساب فرائضهم وتركاتهم وما يلزمهم من الحساب في تعاملاتهم التجارية. وصارت له شهرة عند والي مكة.

أداه شغفه بالرياضيات وتحكمه في العربية إلى قراءة كتب الرياضياتيين العرب القدماء مثل كتب سنان بن الفتح (توفي 331هـ-942م)، وكتب ابن يونس الصديقي المصري (توفي 347هـ-958م)، وكتاب ابن بدر الأندلسي في الحساب والجبر، وكتاب "المعونة في الحساب الهوائي" لابن الهائم المقدسي المصري (توفي 815هـ-1412م)، وكتاب "بغية الطلاب لشيخ الإسلام" ابن غازي المكناسي (توفي 910هـ-1405م)، وكتاب "مفتاح الحساب" لغياث الدين الكاشي (توفي 839هـ-1436م)، وربما كُتب معاصره عبد الرحمن الأخضر البسكري (توفي 953هـ-1545م). فتضلّع في الرياضيات وبرع فيها، وانتشغل بتدريسها في مدينة إسطنبول، وطارت شهرته إلى الباب العالي، فدُعِيَ وكُلف بضبط المالية السلطانية مدة حوالي 15 سنة.

وفي عهد السلطان مراد خان (982هـ/1592م - 1003هـ/1602م) ابن السلطان سليم خان، ألف كتابه "تحفة الأعداد لذى الرشد والسداد". وكان أمينا في نقل الأفكار الرياضية ونسبها إلى أصحابها حتى لقبوه بالنسابة. ونشر إلى انشغاله بتعليم الحساب، وإلى اهتمامه بالمتتاليات الحسابية والهندسية الذي قد يكون خطوة أولى في طريق اكتشاف الأداة الرياضية التي تحوّل الضرب إلى جمع والقسمة إلى طرح. وفي هذه السانحة يقول الأستاذ الباحث أبو بكر خالد سعد الله:

"وكان سنان بن الفتح قد فتح هذا الباب، قبل ابن حمزة، في كتاب حول 'الجمع والتفريق' حيث تناول موضوع الانتقال من الضرب والقسمة إلى الجمع والطرح. إن الخاصة الأساسية للوغاريتم تتمثل في كونه يحوّل عملية الضرب إلى عملية الجمع ويحول عملية القسمة إلى عملية الطرح. أين يكمن إسهام ابن حمزة؟ إنه يكمن في دراسة هذا التحويل. وينسب الغرب ومن هذا حذوهم ابتكار اللوغاريتمات إلى العالمين الإنكليزيين جون نابيير Napier (1550-1617م) وهنري بريكس Briggs (1561-1630م)، ويضيف بعضهم السويسري جوست بورجي Bürgi (1552-1632م). فالأول عمل في المتواليات الهندسية والحسابية وأتى بلفظ "لوغاريتم" عندما واجه مسائل حسابية معقدة مرتبطة بالتجارة وعلم الفلك، واقتنع أنه من الأفضل إيجاد سبيل يسمح بتحويل عملية ضرب الأعداد إلى جمعها. وكان نابيير يرى اللوغاريتم على أنه يسمح بإنشاء جداول يكون في أحد أعمدها جداول يقابلها عمود يحمل مجاميع. أما بريكس فقام بعملية اختصار، حيث رأى من الأفضل استخدام النظام العشري في بعض الحسابات. ثم أتى بورجي فطور جداول نابيير".

## 2. لمحة عن مضمون كتابه تحفة الأعداد لذوي الرشد والسداد

بوّد ابن حمزة كتابه كما يلي: مقدمة، وأربع مقالات، وخاتمة.

- **المقدمة:** في تعريف الحساب وأصول الترقيم، ونظام العدّ. وقد استعمل الأرقام الغبارية.
- **المقالة الأولى:** في أعمال (العمليات على) الأعداد الصحيحة الأربعة:

الجمع، والطرح، والضرب، والقسمة.

- **المقالة الثانية:** في الكسور والعمليات عليها، وفي التجذير:

الجذر التربيعي لعدد صحيح؛ العمليات الأربعة على الجذور؛ الجذر التكعيبي؛ والجذر من المرتبة الرابعة لعدد صحيح.

- **المقالة الثالثة:** في استخراج المجهولات:

باستعمال التناسب؛ بطريق الخطأين؛ بالجبر والمقابلة.

- **المقالة الرابعة:** في الهندسة:

الأشكال المستوية: الزوايا؛ المثلثات؛ الرباعيات، والمجسمات: الهرم؛ الموشور؛ الأسطوانة؛ الكرة.

- **الخاتمة:** أدرج فيها كثيرا من المسائل الغريبة الطريفة، ومنها المسألة التي أطلق عليها اسم المسألة المكبية،

وهي طريفة في ذاتها، وغريبة في حلّها.

## 3. ابن حمزة وفكرة تحويل الضرب إلى جمع

لقد مكّنه اشتغاله بالمتتاليات الهندسية والحسابية إلى الفكرة الرياضية التي تحوّل الضرب إلى جمع

والقسمة إلى طرح، وهي فكرة اللوغاريتم. فلتكن المتتاليان العدديتان:

$$\diamondsuit \text{ الحسابي } \dots, n, \dots, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1: (U_n) \text{ التي حدها الأول } 1;$$

$$\diamondsuit \text{ والهندسية } \dots, 2^n, \dots, 2^6, 2^5, 2^4, 2^3, 2^2, 2^1, 1: (V_n) \text{ التي حدها الأول } 1 \text{ أيضا.}$$

لاحظ ابنُ حمزة الآتي:

- وجود تقابل بين حدود المتتالية الحسابية ( $U_n$ ) التي تبدأ بـ 1، وبين أسس حدود المتتالية الهندسية ( $V_n$ ) التي تبدأ بـ 1 أيضا:

$U_n$	1	2	3	4	5	6	...	$n$	...
$V_n$	1	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$	$2^5 = 32$	...	$2^{n-1}$	...

فكل حد من الأولى هو أس لحد من الثانية، ناقصا واحدا.

- أس كل حد من ( $V_n$ ) هو من الشكل:  $v_n = 2^{n-1}$ . مثلا:  $v_2 = 2^1$  و  $v_4 = 2^3$ ، أي أن أس كل حد من الثانية هو رقمه ناقصا واحدا.

- وجداء أي حدين من المتتالية الهندسية ( $V_n$ )، يحوّل أسهما إلى جمع، مثلا:

$$v_5 \text{ أس} = (1 + 3) = 4 \text{ وأن } v_2 \times v_4 = 2^1 \times 2^3 = 2^{1+3} = 2^4 = v_5$$

فجداء كل حدين من ( $V_n$ ) هو حد منها، وأسّ الجداء يساوي مجموع أسّي ذينك الحدين. فإذا كان

$$v_n = v_p \times v_q \text{ فإن } v_n \text{ أس} = (p - 1) + (q - 1)$$

فهذه هي الفكرة الرياضية التي تحول الضرب إلى جمع، والتي تطورت فيما بعد على يد كل من نابيير

وبريكس، وسميت باللوغاريتم، حين بدأ نابيير المتتالية ( $U_n$ ) بالعدد 0 بدل العدد 1، فتوافقت له أسس

المتتالية الهندسية مع أرقام المتتالية الحسابية.

$U_n$	0	1	2	3	4	5	...	$n$	...
$V_n$	$2^0$	$2^1$	$2^2$	$2^3$	$2^4$	$2^5$	...	$2^n$	...

ومع الحذر العلمي اللازم، فإنني لا أدعي أن ابن حمزة أسبق من نابيير في اكتشاف فكرة اللوغاريتم، ولكن عمل ابن حمزة هو خطوة رياضية هامة في اتجاه اكتشاف أداة رياضية تحوّل الضرب إلى جمع. وأيضا، لا أدعي أن نابيير اطّلع على ما كتب ابن حمزة وبنى عليه، رغم تعاصرها. ومهما يكن من أمر فإنه يحق أن يشير السادة أساتذة الرياضيات إلى ابن حمزة كرياضياتي جزائري، وأنه خطأ خطوة أولى في اكتشاف أداة تحول الضرب إلى جمع والقسمة إلى طرح.

#### 4. المسألة المكية، وحل ابن حمزة لها

مسلم هندي توفي وله 9 أبناء، وترك 81 نخلة، تُنتج كل منها سنويا:

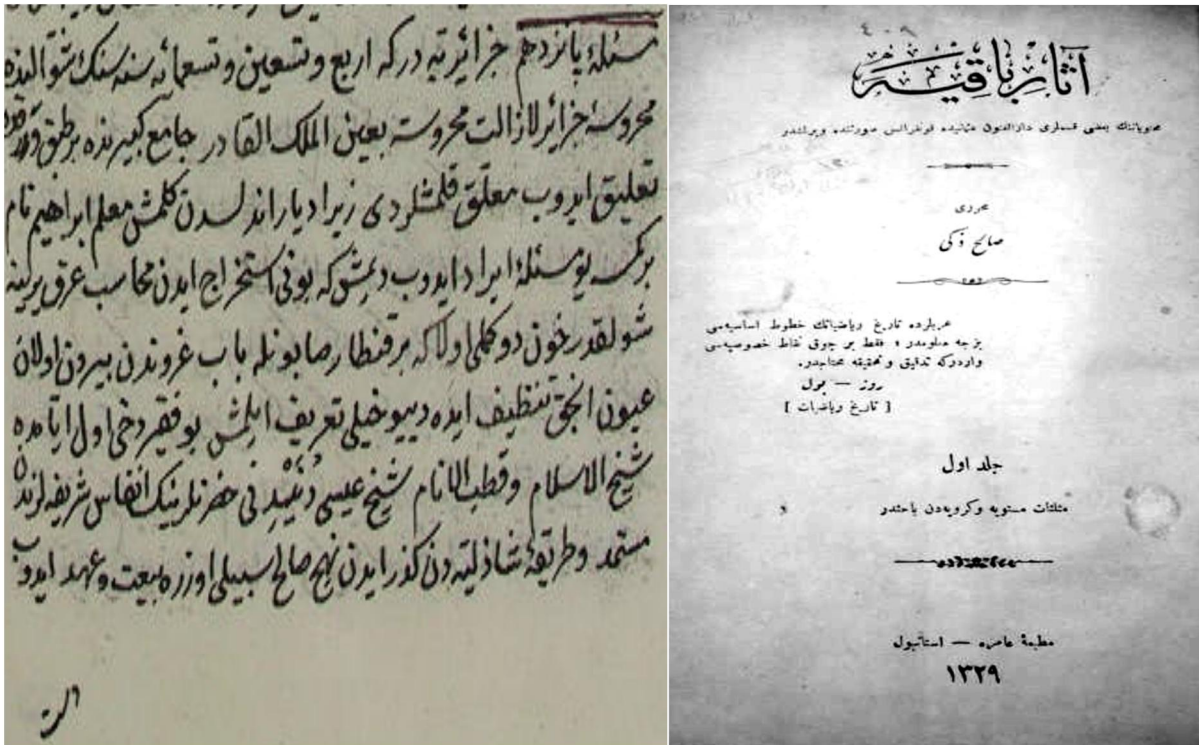
الأولى	الثانية	الثالثة	...	الحادية والثمانون
رطلا واحدا	رطلين	3 أرطال	...	81 رطلا

أراد هذا الرجل تقسيم نخلاته الـ 81 على أبنائه التسعة بالعدل، سواء من حيث عدد النخلات، أو من حيث كمية التمر الواجبة لكل واحد من أبنائه.

طُرِحت هذه المسألة على الفرضيين والحاسبين في الهند، فاحتاروا في حلها، ثم طرحت على ابن حمزة وهو في مكة المكرمة، فانبرى لحلها بالكيفية الغريبة الرائعة التالية:

## جدول حل هذه المسألة

س	أ	ب	ج	د	هـ	و	ز	ح	ط
1س	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2س	18	10	11	12	13	14	15	16	17
3س	26	27	19	20	21	22	23	24	25
4س	34	35	36	28	29	30	31	32	33
5س	42	43	44	45	37	38	39	40	41
6س	50	51	52	53	54	46	47	48	49
7س	58	59	60	61	62	63	55	56	57
8س	66	67	68	69	70	71	72	64	65
9س	74	75	76	77	78	79	80	81	73
المجموع	369	369	369	369	369	369	369	369	369



ومع إعجابنا بفكرة ابن حمزة وبمهارته الرياضية، وهو ابن بلدنا الجزائر، فإننا نعتب عليه، رحمه الله، تأليف كتابه باللغة العثمانية بدل اللغة العربية التي هي أقوم وأبقى وأجمع للمسلمين عربا وعجما، مع تضلعه فيها. إنني اطلعت على كتابه، فقرأت عناوين فصوله كلها بالعربية الفصيحة، وأنه أورد آيات من القرآن الكريم، وبعض الأشعار بالعربية، لكن شروحه للمضامين الرياضية في كتابه أتت كلها باللغة التركية العثمانية التي لم يعد يعرفها إلا القليل من الأتراك أنفسهم، فضلا عن غيرهم. لكن كتابته بهذه اللغة تعطي فكرة للذين يكتبون بالفرنسية لأبناء المغرب العربي، أن مكتوباتهم سوف لا يقرؤها أحفادهم بعد الموت المحقق للغة الفرنسية.

مراجع

- [1] بالطيب، عبد اللطيف: معجم الرياضيين العرب والمسلمين ، دار النعمان للطباعة والنشر، الجزائر، 2013.
- [2] حاجي خليفة: كشف الظنون عن أسامي الكتب والفنون، دار الفكر، بيروت، 2007.
- [3] سعد الله، أبو بكر خالد: ابن حمزة الجزائري مدرس الرياضيات في مكة المكرمة (ق 10هـ/16م) ، مجلة الدارة، 03، 2010، 105-116.
- [4] طوقان، قدرى حافظ: تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، القاهرة - بيروت، 1963.
- [5] Ageron, Pierre: Le problème des quatre-vingt un palmiers, Université de Caen, IREM de Basse-Normandie, 7, 2011, 20 - 23.
- [6] Ageron, Pierre: Ibn Hamza a-t-il découvert les logarithmes?, Constitution et circulation du discours islamocentré sur l'histoire des mathématiques, IREM de Basse-Normandie & Université de Caen, 2011, 339 – 359.

\*\*\*\*\*

20

Le problème des quatre-vingt un palmiers.

**Le problème des quatre-vingt un palmiers.**

Pierre Ageron

*Un père meurt en laissant quatre-vingt un palmiers à ses neuf fils. Le premier palmier produit une livre de dattes par an, le deuxième produit deux livres, et ainsi de suite jusqu'au quatre-vingt unième. Comment répartir les palmiers entre les héritiers de sorte que tous bénéficient du même nombre d'arbres et de la même récolte annuelle de dattes ?*

Contrairement aux problèmes des dix-sept chameaux et des huit galettes, objets d'un précédent article (*Le Miroir des maths*, n°6), celui des quatre-vingt un palmiers semble à peu près inconnu en France, en tout cas invisible sur l'Internet. On le trouve en revanche sur de très nombreuses pages de l'Internet arabophone, notamment au sein de sites scolaires ou universitaires sur les mathématiques, et dans un contexte de glorification des succès scientifiques des Arabes dans les sciences. Bien qu'il se présente encore comme un problème de partage d'héritage, sa nature mathématique et son histoire diffèrent profondément de celles du problème des dix-sept chameaux. Voici le résultat de mes investigations historiques, qui m'ont cette fois conduit jusqu'à Istanbul !

Première remarque : le problème revient à construire

un tableau à 9 lignes et 9 colonnes, où apparaissent tous les entiers de 1 à 81 et dont toutes les colonnes ont la même somme. Un tel tableau étant construit, il suffit en effet d'attribuer au  $i^{\text{e}}$  héritier les palmiers dont les productions de dattes annuelles apparaissent sur la  $i^{\text{e}}$  colonne. En particulier, tout carré magique d'ordre 9 répond à la question : dans un carré magique, les colonnes, mais aussi les lignes et les diagonales doivent, toutes, avoir la même somme. Si je parle ici de carrés magiques, c'est parce qu'ils sont l'objet d'une très ancienne tradition mathématique arabe. Ainsi, Abū l-Wafā' al-Buzjānī (940-977) et Ibn al-Haytham (965-1039) donnent les carrés magiques d'ordre 9 suivants, construits l'un par une succession de carrés magiques concentriques autour du coefficient médian et l'autre par un placement diagonal un peu particulier des nombres consécutifs de 1 à 81 <sup>1</sup> :

$$\begin{pmatrix} 8 & 80 & 78 & 76 & 75 & 12 & 14 & 16 & 10 \\ 67 & 22 & 64 & 62 & 61 & 26 & 28 & 24 & 15 \\ 69 & 55 & 32 & 52 & 51 & 36 & 34 & 27 & 13 \\ 71 & 57 & 47 & 38 & 45 & 40 & 35 & 25 & 11 \\ 73 & 59 & 49 & 43 & 41 & 39 & 33 & 23 & 9 \\ 5 & 19 & 29 & 42 & 37 & 44 & 53 & 63 & 77 \\ 3 & 17 & 48 & 30 & 31 & 46 & 50 & 65 & 79 \\ 1 & 58 & 18 & 20 & 21 & 56 & 54 & 60 & 81 \\ 72 & 2 & 4 & 6 & 7 & 70 & 68 & 66 & 74 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 37 & 78 & 29 & 70 & 21 & 62 & 13 & 54 & 5 \\ 6 & 38 & 79 & 30 & 71 & 22 & 63 & 14 & 46 \\ 47 & 7 & 39 & 80 & 31 & 72 & 23 & 55 & 15 \\ 16 & 48 & 8 & 40 & 81 & 32 & 64 & 24 & 56 \\ 57 & 17 & 49 & 9 & 41 & 73 & 33 & 65 & 25 \\ 26 & 58 & 18 & 50 & 1 & 42 & 74 & 34 & 66 \\ 67 & 27 & 59 & 10 & 51 & 2 & 43 & 75 & 35 \\ 36 & 68 & 19 & 60 & 11 & 52 & 3 & 44 & 76 \\ 77 & 28 & 69 & 20 & 61 & 12 & 53 & 4 & 45 \end{pmatrix}$$

من الصفحة الأولى لمقال بيبير أجرون

(Le problème des quatre-vingt un palmiers, Université de Caen, IREM de Basse-Normandie, 7, 2011)