

من مبرهنة الاستحالة لفان نيومان إلى التشابك الكمومي (3)

متباينة بيل والتشابك الكمومي

جمال ضو

أستاذ بقسم الفيزياء، كلية العلوم الدقيقة، جامعة الشهيد حمه لخضر، الوادي

djsdou@yahoo.com

1. متباينة بيل

في الجزأين الأول والثاني من هذه المقالة تعرضنا إلى تجربة (EPR) "آ ب ر" وإشكالية تفسيرها وأثرها المفاهيمي على ميكانيكا الكم وتفسيره، ثم أتبعنا ذلك بعرض مختصر لفكرة المتغيرات الخفية ومبرهنة الاستحالة لفان نيومان von Neumann ونقضها من طرف بيل Bell، ثم ما تبع ذلك من نقاشات وسط المهتمين بتفسيرات ميكانيكا الكم وتاريخ العلوم، المرجع (1) و (2).

في هذا الجزء الأخير، سوف نصل بالقارئ إلى بيت القصيد في هذه الرحلة التاريخية المختصرة والعلمية المبسطة، والمتمثل فيما أصبح يُعرف بمتباينة بيل. فبعد نشره لمقاله الأول الذي قدم فيه مثالا مناقضا لنتيجة مبرهنة الاستحالة ونقده للمسلمة التي تقوم عليها هذه المبرهنة، أتبع بيل هذه المقالة بمقالة أخرى لا تقل أهمية عن الأولى، استنبط فيه متباينة يجب أن تحققها الحالات غير المشتتة المعتمدة على متغيرات خفية محلية إن وجدت، المرجع (3). هذه المتباينة في الحقيقة مستوحاة من تجربة "آ ب ر".

ومثلما أشرنا سابقا فإن فكرة المتغيرات الخفية سبقت مقالة الثلاثي "آ ب ر"، وتاريخيا وقع نوع من الطلاق بين الموضوعين، ولم تُنشر طيلة العقود الثلاثة التي تلت مقالة "آ ب ر"، أي دراسة تناقش العلاقة بينهما، ما عدا مقالة واحدة لم تحظ بأي اهتمام يذكر. ولهذا فإن دراسة بيل أعادت القضيتين إلى سياق واحد، ليس من الناحية النظرية والفلسفية فحسب، بل فتحت الباب أمام إمكانية حسم الجدل تجريبيا كما سيتبين لاحقا. في الحقيقة، هناك طرق مختلفة لعرض متباينة بيل، وربما أبسطها وأسهلها تلك التي تختلف عن العرض الأصلي الذي ورد في مقالة بيل، ولكن لأجل المحافظة على السياق التاريخي والنهج الذي اتبعناه في هذه المقالة فإننا سنتحدث باختصار عن فحوى متباينة بيل الأصلية.

لنعد إلى تجربة "آ ب ر" التي تحدثنا عنها في الجزء الأول من المقالة، والتي نقيس فيها حالة السبين لجسيمين ناتجين عن تفكك جسيم بسبين صفر. مثلما هو معلوم فإننا إذا اخترنا قياس سبين الجسم الأول في اتجاه ما، (OZ) مثلا، وكانت نتيجة القياس هي $\frac{1}{2}$ فإن نتيجة قياس سبين الجسم الآخر في نفس الاتجاه تكون معاكسة، أي $-\frac{1}{2}$ ، والعكس صحيح. نشير إلى أن بيل أثبت أن هذا الترابط بين نتائج قياس سبيني الجسيمين في نفس الاتجاه يمكن تفسيره باستعمال متغيرات خفية محلية، المرجع (2).

لكن، لنعتبر الآن تجربة القياس الموسعة التالية. نفترض أننا نقيس سبين الجسم الأول في اتجاه شعاع وحدة \vec{a} (طوله واحد)، بينما نقيس سبين الجسم الثاني في اتجاه شعاع وحدة آخر \vec{b} ، أي نقيس كل من $\vec{S}_1 \cdot \vec{a}$ و $\vec{S}_2 \cdot \vec{b}$. مثلما هو معلوم فإن نتائج قياس إحدى هاتين المركبتين يعطي $\pm \frac{1}{2}$ ، ولكن لا يوجد الآن نفس الترابط بين نتيجتي قياس

المركبتين، غير أنه يمكن بسهولة البرهان على أنه في حالة تجربة "آ ب ر" وفي ميكانيكا الكم تكون محصلة قياس الجداء محكومة بالمساواة التالية

$$\overrightarrow{S}_1 \cdot \vec{a} \times \overrightarrow{S}_2 \cdot \vec{b} = -\frac{1}{4} \vec{a} \cdot \vec{b}.$$

مثلما هو واضح، ففي حالة اختيار نفس الاتجاه للقياس نحصل على الترابط السابق وتكون نتائج القياس متعاكسة. لنفترض الآن وجود متغيرات خفية محلية تسمح بتحديد نتائج قياس كل سبين على حدة، وفي نفس الوقت متفقة مع نتائج ميكانيكا الكم أو لنقل مع التجربة. دعنا أولاً نُعرّف المقدار $A(\vec{a}, \lambda)$ الذي يحدد نتيجة قياس ضعف السبين الأول في اتجاه \vec{a} ، أي $2 \vec{S} \cdot \vec{a}$

$$A(\vec{a}, \lambda) = \mp 1.$$

نفس الشيء بالنسبة لضعف سبين الجسم الثاني في اتجاه \vec{b} ، نعرف $B(\vec{b}, \lambda)$

$$B(\vec{b}, \lambda) = \mp 1$$

وهذا بحسب قيم المتغيرات الخفية $\{\lambda\}$.

المفترض في المتغيرات الخفية أن معرفتها تحدد نتيجة القياس يقينا لكل سبين، وكذلك تعطي متوسط نتائجها نفس نتائج ميكانيكا الكم، أي لا بد أن تكون المساواة التالية محققة

$$P(\vec{a}, \vec{b}) \equiv \langle A(\vec{a}, \lambda) \cdot B(\vec{b}, \lambda) \rangle_{HV} = -\vec{a} \cdot \vec{b} \quad (2)$$

القيمة المتوسطة لهذا الجداء يمكن صياغته عموماً كما يلي

$$P(\vec{a}, \vec{b}) = \int \rho(\lambda) A(\vec{a}, \lambda) \cdot B(\vec{b}, \lambda) d\lambda$$

حيث ρ هي دالة الكثافة للمتغيرات الخفية والتي لا نتشرط عليها شيئاً سوى أنها تحقق شرط التنظيم، وهي شبيهة بدالة كثافة التوزيع في فيزياء الإحصاء. كما أن المتغيرات الخفية هنا يمكن أن تكون مستمرة أو متقطعة، متعددة أو وحيدة. ورمز التكامل هنا هو تعبير يشمل الجمع والتكامل معاً.

ما قام به بيل لم يكن البرهان مباشرة على استحالة وجود متغيرات خفية تحقق المساواة (2)، بل قام باستنباط متباينة يجب أن تحقق في ظل تفسير يقوم على متغيرات خفية محلية. تنص هذه المتباينة على ما يلي: ليكن \vec{c} شعاع وحدة آخر يمكن أن نقيس مركبة سبين الجسم الثاني بالنسبة إليه. الآن ليس من الصعب برهان المتباينة التالية

$$|P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{c})| \leq 1 + P(\vec{b}, \vec{c}).$$

هذه متباينة بيل الشهيرة التي من المفترض أن يحققها أي تفسير يقوم على متغيرات خفية محلية أو حالات غير مشتتة لتجربة "آ ب ر".

الآن، ليس من الصعب البرهان على أن هذه المتباينة لا يمكن أن تتوافق مع نتائج ميكانيكا الكم بشكل عام، فهناك أكثر من خيار للأشعة يجعل هذه المتباينة غير محققة. فمثلاً، نأخذ الأشعة الثلاثة في نفس المستوي والفاصل

بين كل شعاع والذي يليه هو زاوية $\frac{\pi}{3}$ ، فنحصل على

$$P(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{2}, P(\vec{a}, \vec{c}) = \frac{1}{2}, P(\vec{b}, \vec{c}) = -\frac{1}{2}.$$

وهو ما يخرق المتباينة بشكل واضح.

خلاصة متباينة بيل هي أنه لا يمكن لأي تفسير يقوم على حالات غير مشتتة بمتغيرات خفية "محلية" أن يفسر نتائج ميكانيكا الكم. السؤال المنطقي هنا: هل يمكن حسم هذا التباين بين فرضية المتغيرات الخفية المحلية ونظرية الكم تجريبياً؟ هل يمكن القيام بتجربة تحاكي تجربة "آ ب ر" ومعرفة ما إذا كانت نتائجها تتفق مع متباينة بيل أم ميكانيكا الكم؟ هل التجربة تخرق هذه المتباينة أم تحققها؟

في الحقيقة بُعيد برهان هذه المتباينة لم تكن الإمكانيات التجريبية تسمح بإجراء هذه التجربة الدقيقة. إلا أنه بعد سنوات، تلقف (سنة 1972) أحد الفيزيائيين التجريبيين، وهو كلاوسر Clauser، هذه الفكرة وقام بأول تجربة لحسم الخلاف. وكانت نتائجها لصالح صحة ميكانيكا الكم، فمتباينة بيل لم تتحقق، وكانت النتائج كلها متفقة مع توقعات ميكانيكا الكم. إلا أن هذه التجربة في الحقيقة لم تكن مكتملة وحاسمة لأسباب ليس هنا المقام لشرحها. وتبعته هذه التجربة تجارب عدة خلال السنوات الموالية؛ وخاصة من قبل الفيزيائي أسبيه Aspect ومجموعته. وبقيت كثير من التساؤلات والتفسيرات المعقدة والمشاكل العملية التي يجب تخطيها لحسم المسألة. فبعض الإشكاليات كانت أشبه بمن يدور في حلقة مفرغة. ولكن يمكن القول إنه في سنة 2015 تم إغلاق جميع منافذ الشك حول طريقة تفسير النتائج، وحُسمت المسألة لصالح ميكانيكا الكم والتأثير الشبكي غير القابل للتفسير عبر متغيرات خفية محلية. إن المفارقة التي نقف عندها هنا هي أنه بالرغم من أن بيل استطاع كشف الخلل في مبرهنة الاستحالة لفون نيومان، فإنه استطاع في نفس الوقت من خلال متباينته، أن يعيد مرة أخرى عقارب الساعة إلى الوراء ويثبت صحة مبرهنة الاستحالة لفان نيومان، ولكن من دون الحاجة لمسلمته التي انطلق منها ونقضها بيل!

2. التشابك الكمومي

لقد أشرنا في الجزء الأول من المقالة إلى تلك النقاشات الشهيرة التي جرت بين العالمين بور Bohr وأينشتاين Einstein حول تفسير ميكانيكا الكم، وكيف أن بور نجح ببراعة في الرد على كل الأمثلة والحجج التي قدمها أينشتاين لدحض التفسير الاحتمالي لميكانيكا الكم. إلا أن مسألة "آ ب ر"، لا يمكن القول إن بور نجح في الرد عليها أو حسم النقاش حولها. فما الذي يجعل هذه التجربة مختلفة عن باقي التجارب الذهنية التي قدمها أينشتاين؟

الإجابة عن هذا السؤال في الحقيقة، تفتح الباب أمام أحد أهم المفاهيم الفيزيائية الحديثة وأكثرها غرابة، ألا وهو مفهوم "التشابك الكمومي". جذور المصطلح والظاهرة تعود إلى شرودنجر Schrödinger.

لا يسعنا المقام هنا للتفصيل ولو قليلاً في مفهوم التشابك الكمومي وتطبيقاته التكنولوجية في مجال المعلوماتية الكمومية وأبعاده وتأثيره على فهمنا لفيزياء الكم والثقوب السوداء، وربما نشأة مفهوم الزمان والمكان (الزمكان). ولكن سنحاول باختصار أن نضع بين يدي القارئ بعض ملامح هذا المفهوم لأن أي تفصيل فيه يحتاج إلى أدوات رياضية وفيزيائية أكثر مما قدمناه في هذه المقالة.

دعنا نعود إلى الحالة الكمومية التي تصف حالة الجسيمين في تجربة "آ ب ر" والتي كنا قد وضعنا صيغتها في الجزء الأول من هذه المقالة.

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_+(e^-)\psi_-(e^+) - \psi_-(e^-)\psi_+(e^+)]$$

هذه الحالة تصف حالة الجسيمين معاً، "بوزيترون + إلكترون"، أو ما نطلق عليه الحالة الكلية. ما الذي يجعل هذه الحالة مختلفة مثلاً عن الحالة التالية:

$$\psi' = \psi_+(e^-)\psi_-(e^+)?$$

الاختلاف بين هاتين الحالتين هو جوهر مفهوم التشابك الكمومي. تصور مثلا أننا نعلم أن الجسيمين (إلكترون + بوزيترون) في الحالة $|\psi\rangle$. في هذه الحالة نعلم يقينا أننا إذا قسنا سبين الإلكترون في اتجاه OZ فإننا سنحصل على $\frac{1}{2}$ ، وإذا قسنا سبين البوزيترون أيضا سنحصل على نتيجة معاكسة. والحقيقة أن قياسنا لسبين الإلكترون لم يخبرنا بشيء عن حالة البوزيترون. فهذا الأمر معلوم مسبقا من خلال معرفتنا بحالة الكلية للجسيمين.

لنفترض الآن أننا اخترنا قياس سبين أحد الجسيمين (الإلكترون مثلا) في اتجاه آخر يختلف عن OZ . فكما هو معلوم أننا سنكون أمام احتمالين، إما نحصل على $\frac{1}{2}$ أو $-\frac{1}{2}$ ، وكل قيمة باحتمال حسب الاتجاه الذي نقيس بالنسبة إليه. ولكن نتائج قياس سبين الإلكترون لا تعطينا أي معلومات عن نتائج قياس سبين البوزيترون من الناحية الأخرى، فلا يوجد أي ترابط بين النتائج. لهذا نقول إن الحالة $|\psi\rangle$ غير متشابكة. والآن، ماذا لو كان الجسيمان في الحالة $|\psi\rangle$ ؟

أولا، لا نعلم مبدئيا نتيجة قياس سبين أحد الجسيمين في الاتجاه OZ . فيمكن أن تكون $\frac{1}{2}$ أو $-\frac{1}{2}$ ، ولكن إذا ما عرفنا سبين أحد الجسيمين نستطيع التنبؤ بنتيجة قياس الآخر في نفس الاتجاه بدقة. وإذا اخترنا قياس سبين أحد الجسيمين في اتجاه \vec{a} كيفي فإن نتيجة قياس سبين الجسيم الآخر بالنسبة لاتجاه كيفي آخر \vec{b} تكون مرتبطة بهذه النتيجة عبر العلاقة (2). بعبارة أخرى، هناك ترابط معلوماتي بين نتائج قياس سبين الجسيمين، فقياس أحدهما يعطي معلومات عن نتائج قياس السبين الآخر، أي أن التوزيع الإحصائي للنتائج يكون مترابطا مهما كانت المسافة الزمنية والمكانية بين التجريبتين. ولهذا نقول إن الحالة $|\psi\rangle$ متشابكة.

وفي الحقيقة، تمثل هذه الحالة نوعا خاصا من التشابك، ففيها يبلغ التشابك أقصى قيمة ممكنة له، أي أنها حالة متشابكة قصوى. ونشير هنا إلى أن هناك مقاييسا رياضياتية دقيقة تم تطويرها في العقود الأخيرة تسمح بتحديد ما إذا كانت حالة كمومية ما متشابكة أو غير متشابكة، كما تحدد مقدار هذا التشابك. هذا عندما يتعلق الأمر بمثل هذه الحالات، حالات صافية إحصائيا مثل الحالة (2)، أو تعميمها إلى أبعاد أخرى. أما في ظل شروط مختلفة -أو ما يعرف بالحالات المختلطة- فإن مسألة قياس مقدار التشابك لا تزال مسألة مفتوحة بشكل عام.

إن ما يميز التشابك الكمومي عن باقي الظواهر الكمومية هو كونه ظاهرة كمومية صرفة لا نظير كلاسيكي لها في الفيزياء، فهو ميزة خاصة جدا بالعالم الكمومي، تتجاوز الحدس وتبدو كأنها تخرق مبدأ السببية أو المحلية. ولكن لا يمكن توظيف التشابك لخرق السببية أو المحلية عبر إحداث تأثير فيزيائي ينتقل بسرعة أكبر من سرعة الضوء.

وتجدر الإشارة هنا إلى أن التشابك الكمومي يؤدي دورا هاما ورئيسا في عالم المعلوماتية الكمومية والتعمية الكمومية (التشفير) وتكنولوجيا الحواسيب الكمومية. ويشهد هذا الميدان، الذي لا يزال نظريا إلى حد كبير، نشاطا بحثيا منقطع النظير وقفزات تقنية ونظرية سريعة. وإذا ما استطاع العلماء تجاوز العقبات التقنية أمام توظيف الظواهر الكمومية المختلفة فإن البشرية ستكون حتما أمام ثورة تكنولوجية جديدة تفوق تلك الثورة التي تبعت اكتشاف الترانزستور في منتصف القرن الماضي.

من ناحية أخرى، يؤدي التشابك الكمومي دورا مركزيا في فهم الثقوب السوداء والاعتلاج (الأنتروبيا) المرفق بها. كما أن بحوثا علمية ونظريات عديدة صدرت في السنوات الأخيرة تشير بقوة إلى دور جوهري قد يلعبه التشابك الكمومي في فهم نشأة المكان والزمان (الزمكان). وربما سيكون التشابك الكمومي أحد المفاتيح الرئيسية. إن لم يكن المفتاح الرئيس، لإحداث نقلة تاريخية في فهم الإنسان للطبيعة ونشأة الكون؛ ولما لا يؤدي بنا إلى إدراك أعمق لمفهوم الحقيقة ذاتها. إنها نقلة لن تكون أقل شأنا من تلك التي أحدثها ميكانيكا الكم والنسبية في مطلع القرن العشرين.

ختاما، من الصدف الجميلة والغريبة في آن واحد، أنه بينما نحن نقوم بتنقيح النسخة الأخيرة لهذا الجزء الثالث والأخير للمقالة، قبيل إرساله إلى هيئة تحرير مجلة بشائر العلوم، تم الإعلان عن منح جائزة نوبل في الفيزياء

لسنة 2022 إلى العلماء الثلاثة آسيه، وكلاوسر، وسايلينجر Zeilinger نظير هذه التجارب التي أشرنا إليها والتي أثبتت خرق متباينة بيل ووجود التأثير الشبحي وتطبيقات التشابك الكمومي.

المراجع

1. ضو، ج.: من مبرهنة الاستحالة إلى التشابك الكمومي (1)، مجلة بشائر العلوم، العدد 2، أبريل 2022.
2. ضو، ج.: من مبرهنة الاستحالة إلى التشابك الكمومي (2)، مجلة بشائر العلوم، العدد 3، سبتمبر 2022.
3. Bell, J. S.: On the Einstein Podolsky Rosen Paradox, Physics, 1 (3), 195-200, 1964.