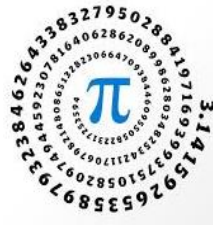
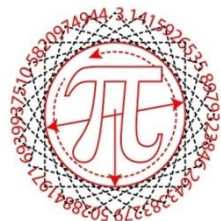
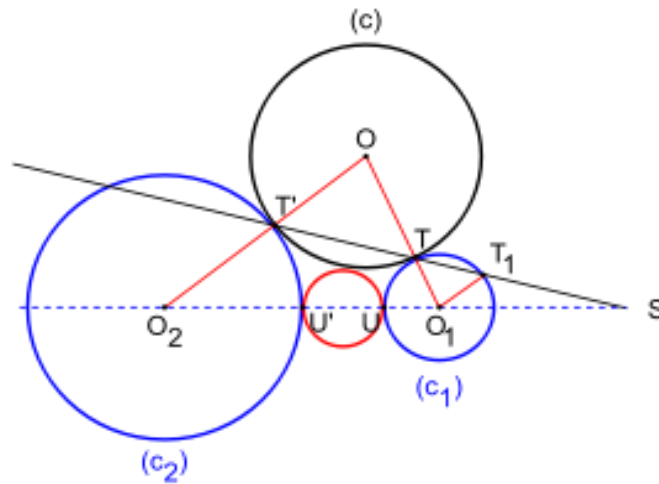


اليوم العالمي للرياضيات

14 مارس

لخضر دلول

مفتش التربية الوطنية (متقاعد)

ldelloul@hotmail.fr[illegible]

مقدمة

تُعَدُّ الأبحاث العلمية والتكنولوجية أحد أهمّ المعايير التي تُستخدم لقياس مستوى تطوُّر أيّ بلد يريد التقدّم والازدهار. وتوظّف نتائج الأبحاث العلمية والابتكارات التكنولوجية لتلبية احتياجات المجتمع في كلّ مجالات الحياة الاجتماعية والاقتصادية، وتُعَدُّ مؤشراً على مدى التقدّم الذي توصّل إليه ذلك المجتمع. فالتوظيف الجيّد لنتائج الأبحاث العلمية والابتكارات التكنولوجية هو الضّمان الأساسي لرخاء ورفاهية المجتمع.

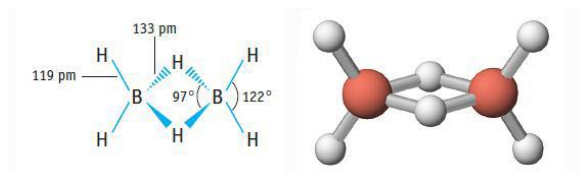
من هذا المنطلق برز دور الرياضيات جليّاً في أيّ تطوُّر علمي، وزادت متطلّبات جميع العلوم الأخرى لها لأنها أصبحت جزءاً لا يتجزأ من المعرفة الإنسانية التي أبدعها العقل البشري لتلبية حاجياته في تنظيم حياته ومعاملاته. الرياضيات علم متطوّر ومتجدّد يواكب المستجدات التي تطرأ في المجتمع. وممّا زادها انتشاراً هو تطبيقاتها الميدانية في شتى المجالات والتخصّصات، كالعلوم الإنسانية والعلوم الاقتصادية والعلوم الاجتماعية، وخاصّة استعمالها لوسائل تكنولوجيات الإعلام والاتصال التي هي نتاج للتطبيقات الرياضية.

لذا كان لزاماً تطوير مناهج الرياضيات المدرسية لتزويد المتعلّمين بالمعارف والمهارات الرياضية، وأساليب التفكير الكفيلة بإعدادهم لاستيعاب المستجدات العلمية والتّقنية، وتحيينها لمواكبة التّطورات العلمية والتّكنولوجية الهائلة، وتوظيفها في ممارساتهم التّعليمية ومشاريعهم العلمية ونشاطاتهم الحياتية المختلفة.

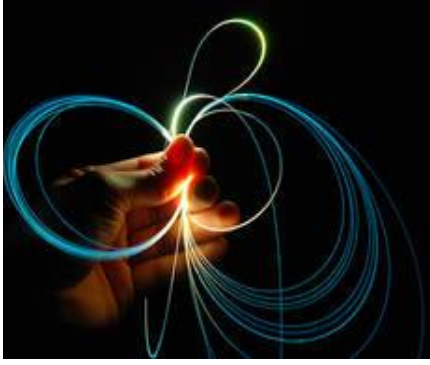
إنّ الرياضيات هي الرّفيق الوفي للإنسان والمساعد له منذ بداية وجوده على الأرض وهي ملازمة لكلّ الظواهر الطبيعية. فهي التي ساعدتنا للوصول لسطح القمر، ومهّدت الطريق لفكّ الكثير من أسرار الطبيعة. وهي ضرورية لفهم الفروع والمواد الأخرى من المعرفة، كالفيزياء والكيمياء والعلوم الطبيعية والزّراعية والعلوم الطّبية والاقتصادية والجغرافية، فكلّ هذه العلوم تعتمد على الرياضيات بطريقة أو بأخرى.

1. الرياضيات

(1) الرياضيات هي علم الأعداد والحساب والفضاء، وهي تختص بالقياس والكميات والمقادير.



(2) الرياضيات هي علم تجريدي من إبداع العقل البشري الذي يهتم بطرائق الحل وأنماط التفكير.

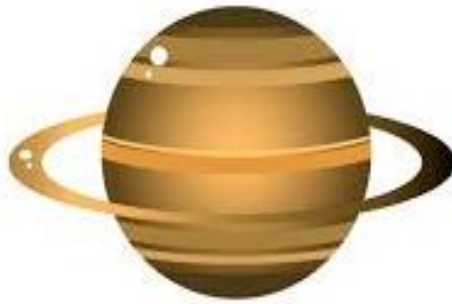
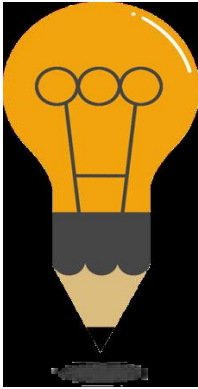


$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

$$\pi = 2 + \frac{1}{3} \left(2 + \frac{2}{5} \left(2 + \frac{3}{7} \left(2 + \frac{4}{9} \left(2 + \frac{5}{11} (2 + \dots) \right) \right) \right) \right) \right)$$

$$n \cdot \cos \frac{\pi}{n} \cdot \sin \frac{\pi}{n} \leq \pi \leq n \cdot \tan \frac{\pi}{n} \quad n \geq 1$$

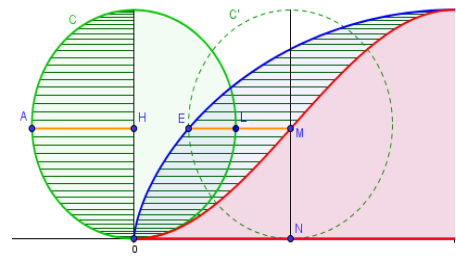
(3) الرياضيات لغة ووسيلة عالمية مكملّة للغة الطبيعية.



(4) تتعامل الرياضيات مع الحقائق الكمية والعلاقات، كما تتعامل مع المسائل التي تتضمن الفضاء والأشكال والصيغ والمعادلات المختلفة.

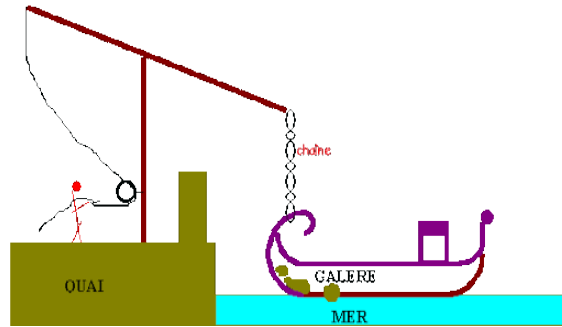


(5) تُعدّ الرياضيات تعبيراً عن العقل البشري الذي يعكس القدرة العقلية والقدرة التأملية والتّعليل والرّغبة في الوصول لحدّ الكمال في النّاحية الجمالية.



2. التّفكير والرياضيات

إنّ كلّ ما نعمله وما نطمح ونجتهد لتحقيقه وما نشيّده هو خلاصة تفكيرنا، وبه نواجه المشاكل والصّعوبات المختلفة التي تعترض سبيلنا لبلوغ أهدافنا. ولإزالة تلك العوائق نتفنّن في تنويع الأفكار وإبداع الحلول النّاجعة لها، ومن هنا تظهر الفوارق في كيفية استخدام هذه القدرة. وعليه فإنّ تنمية القدرات الفكرية لدى كلّ فرد في المجتمع أمر مطلوب لجعل جميع أفراد المجتمع فاعلين وقادرين على التّفكير لتنمية أنفسهم وتقديمهم وتحقيق سعادة أبنائهم.



1.2. التّفكير

توجد عدّة تعاريف للتّفكير نعرض منها:

- سلسلة من العمليات العقلية يقوم بها الدّماغ لاختزال المعلومات وتذكّر المعرفة المكتسبة؛
- سلسلة من الأنشطة العقلية التي يقوم بها الفرد عند تعرضه لأيّ مشكلة بهدف إيجاد الحلول المناسبة لها؛
- هو عمل العقل في المعلوم للوصول إلى المجهول، ويتطلّب من القائم بالتّفكير أن يعرف التّغييرات التي تحصل، وأن يربط بين الأشياء وأن يتحقّق ممّا توصّل إليه، وكلّ ذلك يكون متزامنا مع قدرته على التذكّر واستدعاء المعلومات وإعادة تجميعها وترتيبها

2.2. فوائد التّفكير

يمثّل التّفكير أعلى فعالية ذهنية يقوم بها الإنسان، فكلّ نتاج البشريّة وتقدّمها يمثّل التّطبيق العملي لما كان يفكر به أشخاص آخرون. لذلك نقول إنّ التّفكير والعمل -في الحقيقة- مترابطان ارتباطا وثيقا، فهما يُعدّان شيئا واحدا. فكلّ ما نقوم به يبدأ بفكرة، ونُدوّر هذه الفكرة في ذهننا ونتصوّر ما سيحدث. وبعد ذلك نضع الخطّة لتنفيذ ما فكرنا به وما خطّطنا له.

1. إنّ معظم المعلومات متوفرة اليوم، والبحث عنها ميسّر. والمطلوب هو كيفية استثمار هذه المعلومات، وهذا لا يتأتّى إلاّ باستخدام مهارات التّفكير للوصول إلى حلّ المشكلات، وذلك باستعمال الأمثلة لمهارات التفكير في حالات متنوّعة.
2. إنّ الذي يمتلك القدرة على التّفكير الصّحيح يمكن أن يكون محترفا في أيّ مجال جديد عليه.



3. القيمة الفكرية والعقلية للرياضيات

تساعد دراسة مادة الرياضيات في تطوير وتنمية العديد من السمات العقلية، مثل قوة التفكير والاستدلال والبرهان والاستقراء والاستنباط والإبداع والتخيل والتعميم والاكتشاف. فكل موضوع رياضي يحتوي على تحدٍّ فكري، وهذا يُعدّ في ذاته تمريناً جيداً للعقل. كما يعدّ حل المشكلات في الرياضيات مجالاً خصباً لتطوير القدرات العقلية.

1.3. طبيعة الرياضيات

الرياضيات هي مجموعة من الأنظمة الرياضية وتطبيقات هذه الأنظمة في جميع نواحي الحياة العلمية وتخصصاتها. والنظام الرياضي عبارة عن بناء استنتاجي يقوم على مجموعة من المسلمات والافتراضات. تهتمّ الرياضيات بدراسة موضوعات عقلية، بعضها يتمّ ابتكارها كالأعداد والرموز الجبرية، والبعض الآخر يُجَرّد من العالم الخارجي كالأشكال أو العلاقات القائمة بينها أو بين أجزائها.

2.3. أهمية الرياضيات في الحياة العامة

الرياضيات هي دعامة الحياة المنظّمة ليومنا الحاضر، فبدون الأعداد والدلائل لن نستطيع أن نحسم مسائل عديدة في حياتنا اليومية. فهناك توقيتات وقياسات ومعدّلات وأجور وإمدادات واستهلاك، إلخ. وفي غياب هذه البيانات الرياضية ينتج التّشويش والارتباك والفوضى. ولذلك أصبحت الرياضيات الصّديق الوفي للإنسان والمساعد له منذ بداية وجود البشرية على الأرض، فليس هناك علم أو فنّ أو تخصص إلّا وكانت الرياضيات مفتاحاً له وجزءاً لا يمكن الاستغناء عنه.



التّجارب المخبرية في المؤسسات التّربوية



علم هندسة المواد وخصائصها

علم الفيزياء والفلك

تعلّم تركيب الرّوبوت

4. تكنولوجيا الإعلام والاتصال

1.4. التكنولوجيا

إنّ التّقدم التكنولوجي جعل معظم حياتنا أسهل وأبسط ممّا كان عليه الأمر من قبل. لقد تغيّرت الطّرق والوسائل تغيّراً كبيراً نظراً للتّقدم الهائل الذي تضيفه الاختراعات الجديدة المتنوّعة والمتعدّدة كلّ يوم في جميع المجالات. فمن جهاز الحاسوب الذي سهّل كثيراً من أعمال المجتمعات، وجهاز الهاتف النّقال الذي يسهّل وسائل الاتصال عبر شبكة الإنترنت إلى الوسائل التكنولوجية الأخرى، مثل الرّوبوت (الرّجل الآلي) الذي لعب دوراً أساسياً في مواكبة التّطورات العلمية والتكنولوجية والاتصال. فقد بات الرّوبوت ضرورياً في كثير من المجالات لقدرته على رفع الإنتاجية بمجهود وتكلفة وموارد بشرية أقل. ولا يمرّ يوم إلّا ونسمع فيه عن اختراعات جديدة في هذا العالم، في علوم الفضاء والصّناعة والتّجارة والعلوم الطّبية والآلات التّرفهية، وصولاً إلى الوسائل التّعليمية.



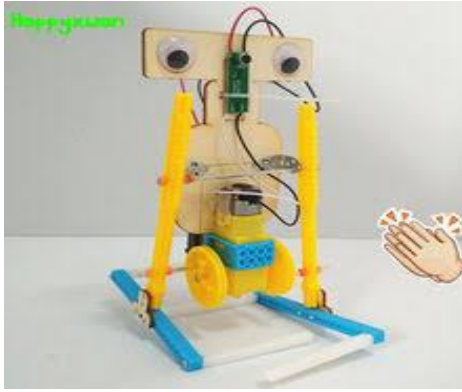


الروبوت في التّعليم المتوسط



الروبوت في التّعليم الابتدائي

أحدثت التكنولوجيا الحديثة قفزة نوعية لم يسبق لها مثيل طالت كلّ المؤسسات الاجتماعية الأخرى كالمؤسسات التربوية والصناعية. إنّ كلمة تكنولوجيا تعني مجموعة ركائز العمل كأدوات ووسائل وأجهزة وماكينات وأساليب وطرائق وأنماط وبرمجيات تساعد في حلّ المشاكل العلمية.



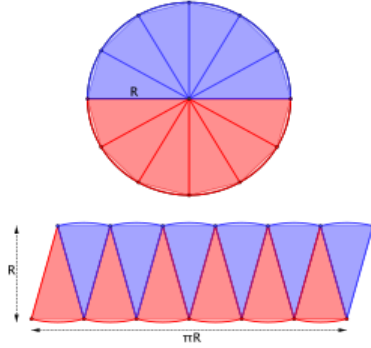
2.4. الإعلام الآلي واستعمال تكنولوجيا الإعلام والاتصال

إنّ تكنولوجيا الإعلام والاتصال تستجيب لمتطلبات النّظم التربوية والثقافية والاقتصادية الجديدة. فهي تُعدّ وسيلة أساسية لجعلها أكثر فعالية، إذ تنمّي قدرات الفرد وتدعم مهاراته الفكرية. فاستخدام الوسائل التكنولوجية مثل الحاسوب والبرمجيات المتنوعة يُسهّل عمل الفرد ويُبسّطه ويوفّر الجهد والوقت والكلفة.



5. العدد π

1.5. تعريف العدد π



العدد π هو نسبة محيط دائرة إلى قطرها.
وتساوي مساحة دائرة نصف محيطها جداء نصف قطرها.

وفيما يلي تمثيل وتقريب العدد π وعلاقته مع العدد النيبيري e والعدد الذهبي ϕ حيث $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.
ملاحظة: يدل العدد المكتوب بين قوسين (.) على عدد الأرقام العشرية المساوية لتلك المتعلقة بالعدد π .

تمثيل وتقريب العدد π بجذور		تمثيل وتقريب العدد π بكسور	
$(4) \dots \sqrt{\frac{40}{3} - \sqrt{12}}$	$(1) \dots \sqrt{10}$	$(14) \frac{355}{113} \left(1 - \frac{3}{3533 \times 10^4} \right)$	$(2) \frac{22}{7}$
$(6) \dots \frac{99}{80} \left(\frac{7}{7 - 3\sqrt{2}} \right)$	$(2) \dots \sqrt{2} + \sqrt{3}$	$(21) \frac{21053343141}{6701487259}$	$(4) \frac{333}{106}$
$(8) \dots \sqrt[4]{9^2 + \frac{19^2}{22}}$	$(3) \dots 3 + \frac{\sqrt{2}}{10}$	$(25) \frac{1019514486099146}{324521540032945}$	$(6) \frac{355}{113}$
$(8) \dots \sqrt[4]{102 + \frac{2222}{22^2}}$	$(3) \dots \frac{19}{16} \sqrt{7}$	$(25) \frac{8958937768937}{2851718461558}$	$(9) \frac{103993}{33102}$
$(9) \dots \sqrt[5]{\frac{77729}{254}}$	$(3) \dots \frac{9}{5} + \sqrt{\frac{9}{5}}$	$(29) \frac{428224593349304}{136308121570117}$	$(10) \frac{104348}{33215}$
$(9) \dots \frac{63}{25} \left(\frac{17 + 15\sqrt{5}}{7 + 15\sqrt{5}} \right)$	$(3) \dots \frac{7}{3} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{5} \right)$	$(37) \frac{2646693125139304345}{842468587426513207}$	$(12) \frac{5419351}{17255033}$

$(18000) \dots \frac{\ln 10}{100^2} \left(\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{1}{10^{(n/100)^2}} \right)^2$ $(42 \times 10^9) \dots \frac{1}{10^{10}} \left(\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} e^{-(n^2/10^{10})} \right)^2$	$(2) \dots \frac{9-e}{2}$	تمثيل تقريب العدد π وعلاقته بالعدد e والعدد الذهبي ϕ حيث: $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.
	$(3) \dots \sqrt[3]{2e^3 + e^8}$	
	$(3) \dots \frac{6}{5} \phi^2$	
	$(8) \dots \frac{3\sqrt{67}}{67} \ln 5280$	

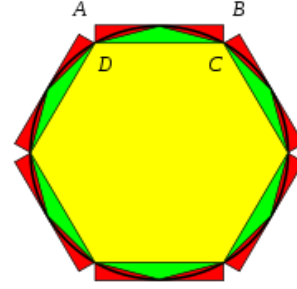
2.5. العلاقات الرياضية للعدد π

(1) قام الرياضي الإغريقي أرخميدس Archimedes (212-287 ق.م.) بحصر دائرة بين مضلعين منتظمين أحدهما مرسوم داخل الدائرة والآخر خارجها. ولاحظ أنه كلما كان n عدد أضلاع المضلع المنتظم أكبر كان حصر العدد π أفضل. فأخذ $n=6$ ثم $n=12$ ثم $n=24$ ثم $n=48$ وأخيرا $n=96$ ، فوجد أن

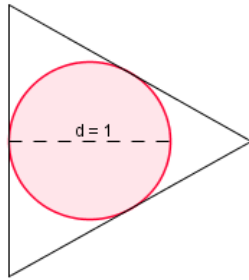
$$3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7}.$$



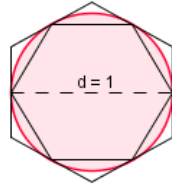
أرخميدس



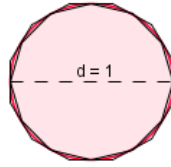
سداسي منتظم



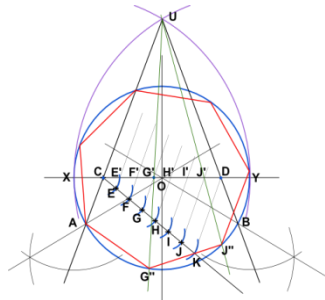
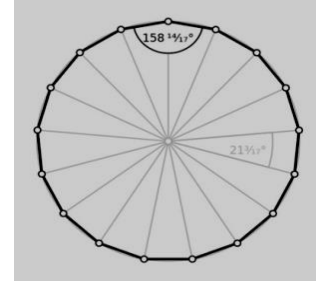
$$\frac{3}{2}\sqrt{3} < \pi < 3\sqrt{3} \quad n=3$$



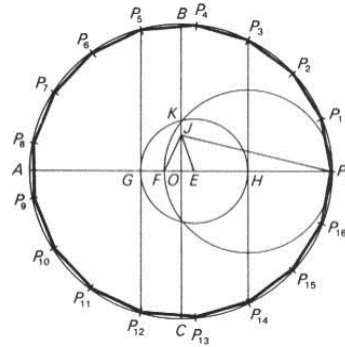
$$3 < \pi < 2\sqrt{3} \quad n=6$$



$$\sqrt{6}(3 - \sqrt{3}) < \pi < 12(2 - \sqrt{3}) \quad n=12$$



المضلعات المنتظمة

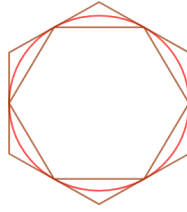


بعض أعمال أرخميدس

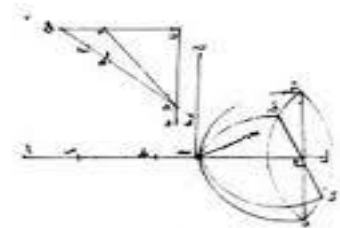
(2) تمكن العالم المسلم غياث الدين الكاشي سنة 1424 من حساب قيمة تقريبية للعدد π ، فوجد

$$\pi = 3,14159\ 26535\ 89793\ 2$$

أي تقريب 16 رقما عشريا.



حصر دائرة بين مضلعين منتظمين

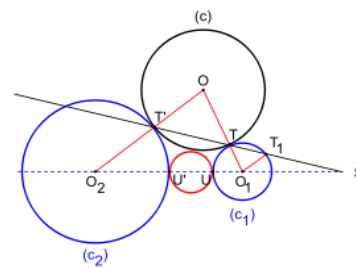


هذا ان شاء الله تعالى من سطره وعلامة الشاهي بنسبته
في خطه تبتعدا من ريشه اسفل على سره وعلامة
الخط وعلامة الشاهي بنسبته وعلامة الشاهي بنسبته
علامة الشاهي بنسبته وعلامة الشاهي بنسبته
علامة الشاهي بنسبته وعلامة الشاهي بنسبته

بن سهل (نشر في عام 984 م)

(3) في سنة 1593، تمكّن الرياضياتي الفرنسي فرانسوا فييت (1603-1540) François Viète من الوصول للصيغة التالية

$$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \times \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \times \dots$$



(4) توصّل الرياضياتي الإنكليزي جون واليس (1703-1616) John Wallis إلى الصيغة التالية

$$\frac{4}{\pi} = \frac{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times \dots}{2 \times 4 \times 4 \times 6 \times 6 \times 8 \dots}$$

(5) تمكّن الرياضياتي الإنكليزي لورد ويليام برونكر (1684-1620) Lord William Brouncker من إيجاد الصيغتين التاليتين:

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \frac{1^2}{2 + \frac{3^2}{2 + \frac{5^2}{2 + \frac{7^2}{2 + \frac{9^2}{2 + \dots}}}}}$$

$$\pi = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{1}{1 + \frac{1}{292 + \frac{1}{1 + \dots}}}}}$$

(6) توصل الفيلسوف والرياضياتي الألماني غوتفريد لايبنتز (Gottfried Leibniz (1716-1646 إلى الصيغة التالية والمعروفة باسم صيغة لايبنتز:

$$\pi = 4 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1} = \frac{4}{1} - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9} - \frac{4}{11} \dots$$



غوتفريد لايبنتز



ويليام برونكر



جون واليس

(7) في سنة 1706 تمكّن الرياضياتي الإنكليزي جون ماشن (John Machin (1752-1680 من حساب قيمة مقربة للعدد π باستخدام الصيغة -والتي تحمل اسمه- التالية:

$$\frac{\pi}{4} = 4 \arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{1}{239}$$



جون ماشن

Theref. the (Radius is to $\frac{1}{2}$ Periphery, or) Diameter is the Periphery, as 1.000. &c. to 3.141592653.589793234.6264338327.9502884197.1693993751.0582097494.592307816.4082862089.9862803482.5342117057.9 -, True to above a 100 Places; as Computed by the accurate and Ready Pen of the Truly Ingenious Mr. John Machin: Purely as an Instance of the Vast advantage Arithmetical Calculations receive from the Modern Analysis, in a Subject that has bin of so Engaging a Nature, to have employ'd the Minds of the most Eminent Mathe.

وثيقة تاريخية: حساب 100 رقم عشري للعدد π

(8) في سنة 1743، تمكّن العالم السويسري ليونارد أولر (1707-1783) Leonhard Euler من إيجاد أحسن علاقة بها خمسة ثوابت هي: $0; 1; i; e; \pi$ وأربع عمليات أساسية هي: $+, \times, =$ ، الأسية:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

كما توصل إلى الصيغ التالية:

$$\pi = 2 + \frac{1}{3} \left(2 + \frac{2}{5} \left(2 + \frac{3}{7} \left(2 + \frac{4}{9} \left(2 + \frac{5}{11} (2 + \dots) \right) \right) \right) \right)$$
$$\frac{\pi^2}{6} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots$$
$$\frac{\pi}{2} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k \cdot (k!)^2}{(2k+1)!} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2.3.4.\dots.k}{3.5.7.\dots.(2k+1)}, \quad \frac{\pi}{2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2.3}{3.5.7} + \frac{2.3.4}{3.5.7.9} + \frac{2.3.4.5}{3.5.7.9.11} + \dots$$

ووجد العلاقة التالية بين π و e :

$$\frac{e+1}{e-1} = 2 + 4 \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(2\pi r)^2 + l}$$

9) في سنة 1791، تمكّن العالم الألماني كارل فريدريك غوص Carl Friedrich Gauss (1855-1777) -وقد

كان عمره 14 سنة- من تعيين 13 رقما عشريا للعدد π باستخدام التقريب $\frac{22}{7} \times \frac{2484}{2485} \times \frac{12983009}{12983008}$

ووجد

$$\pi = 3,1415926535897$$

10) وفي سنة 1914، تمكّن الرياضياتي الهندي سرينيفاسا رامانوجان (1920-1887) Srinivasa Ramanujan من إيجاد الصيغ التالية:

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!(1103+26390k)}{(k!)^4 \times 396^{4k}}$$

$$\frac{4}{\pi} = \frac{1}{882} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (4n)!}{(4^n n!)^4} \times \frac{1123+21460n}{882^{2n}}$$

$$\sqrt{\frac{\pi e}{2}} = \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{2}{1+\frac{3}{1+\frac{4}{1+\frac{6}{1+\frac{7}{1+\frac{8}{\ddots}}}}}}}} + \left\{ 1 + \frac{1}{1.3} + \frac{1}{1.3.5} + \frac{1}{1.3.5.7} + \frac{1}{1.3.5.7.9} + \dots \right\}$$

$$\frac{1}{\left(\sqrt{\varphi\sqrt{5}}\right)e^{2\pi/5}} = 1 + \frac{e^{-2\pi}}{1+\frac{e^{-4\pi}}{1+\frac{e^{-6\pi}}{1+\frac{e^{-8\pi}}{1+\frac{e^{-10\pi}}{1+\frac{e^{-12\pi}}{1+\dots}}}}}}}$$

(11) أما الرياضياتي الأوكراني غريغوري شودنوفسكي (1952-) Gregory Chudnovsky، فقد أثبت سنة 1987 أن

$$\frac{1}{\pi} = 12 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (6n)!}{(3n)! (n!)^3} \times \frac{13591409 + 545140134n}{(640320^3)^{n+\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{426880\sqrt{10005}}{\pi} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(6k)! (13591409 + 545140134k)}{(3k)! \times (k!)^3 \times (-640320)^{3k}}.$$

(12) صيغة BBP: في إحدى الملتقيات العلمية بجامعة سيمون فرازي بمدينة بيرنابي بكندا في 30 سبتمبر 1995، تطرق الحاضرون للعدد π ، وكان من بين الحاضرين الرياضياتيون ديفيد بايلي (1948-) David Bailey وبيتر بورواين (1953-2020) Peter Borwein وسيمون بلوف (1956-) Simon Plouffe. اكتشف الثلاثة صيغة هامة لحساب القيم مقربة للعدد π :

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{16^n} \left(\frac{4}{8n+1} - \frac{2}{8n+4} - \frac{1}{8n+5} - \frac{1}{8n+6} \right)$$

وتسمى صيغة BBP (الحروف الأولى من أسماء الرياضياتيين الثلاثة). وقد وُجدت صيغة BBP باستعمال التّكامل:

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{16^n} \left(\frac{4}{8n+1} - \frac{2}{8n+4} - \frac{1}{8n+5} - \frac{1}{8n+6} \right) = \int_0^{1/\sqrt{2}} \frac{4\sqrt{2} - 8x^3 - 4\sqrt{2}x^4 - 8x^5}{1-x^8} dx$$

ويمكن استنتاج التّكامل الآتي: مع $x \mapsto y = x\sqrt{2}$ ،

$$\int_0^1 \frac{16y-16}{y^4-2y^3+4y-4} dy = \int_0^1 \frac{4y}{y^2-1} dy - \int_0^1 \frac{4y-8}{y^2-2y+2} dy = \pi$$

$$\int_0^1 \frac{16y-16}{y^4-2y^3+4y-4} dy = \int_0^1 \frac{4y}{y^2-1} dy - \int_0^1 \frac{4y-8}{y^2-2y+2} dy = \pi$$

وكذلك العلاقة بين العدد π والتّكامل: $\pi = 4 \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} \cdot \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{1-x^4}} dx$ أو

$$\pi = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4}{n^2} \sum_{k=0}^n \sqrt{n^2 - k^2}$$

(13) وفي سنة 1997 تمكّن الباحثان فيكتور أدامشيك Victor Adamchik وستان فانون Stan Wagon

من حساب قيمة تقريبية للعدد π باستخدام الصيغة:

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n} \left(\frac{2}{4n+1} + \frac{2}{4n+2} + \frac{1}{4n+3} \right)$$

والتي نستنتج منها صيغة أبسط هي: $\frac{\pi}{4} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$

(14) وفي نوفمبر 2002، تمكّن أستاذ بإحدى جامعات اليابان بطوكيو يدعى ياسوماسا كانادا (1949-2020) Yasumasa Kanada، من حساب 1241 100 000 000 رقما عشريا للعدد π ، وذلك بمساعدة الفريق العامل معه: ي. أوشيرو (Y. Ushiro) وه. كورودا (H. Kuroda) وم. كودوه (M. Kudoh)، وبمساعدة عمال من شركة هيتاشي Hitachi، مستعملين في ذلك خوارزميات مختلفة. وبعد ثلاث حسابات مستقلة عن بعضها توصلوا لنتائج متطابقة تماما. استغرقت هذه العملية مدّة 600 ساعة عمل مستعملين في ذلك أحدث حواسيب هيتاشي.

$$\pi = 6 \sin^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) = 6 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2.3.2^2} + \frac{1.3}{2.4.5.2^5} + \frac{1.3.5}{2.4.6..7.2^7} + \dots \right)$$

$$\pi = \frac{3}{16^0.1} + \frac{6}{16^1.3} + \frac{18}{16^2.5} + \frac{60}{16^3.7} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3.C_{2n}^n}{16^n (2n+1)}$$

$$\pi = 3 + \frac{1}{8} + \frac{9}{640} + \frac{15}{7168} + \frac{35}{98304} + \frac{189}{2883584} + \frac{693}{54525952} + \frac{429}{167772160} + \dots$$

$$\pi = \sqrt{12} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-3)^{-k}}{2k+1} = \sqrt{12} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{-1}{3} \right)^k = \sqrt{12} \left(1 - \frac{1}{3 \times 3} + \frac{1}{5 \times 3^2} - \frac{1}{7 \times 3^3} + \dots \right)$$

$$\frac{\pi}{2} = \prod_{k=1}^{\infty} \frac{(2k)^2}{(2k)^2 + 1} = \frac{2}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{5} \times \frac{6}{7} \times \dots = \frac{4}{3} \times \frac{16}{15} \times \frac{36}{35} \times \dots$$

(15)

(16)

الأرقام العشرية الأولى للعدد π

3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510 58209 74944 59230 78164 06286 20899 86280 34825 34211 70679
82148 08651 32823 06647 09384 46095 50582 23172 53594 08128 48111 74502 84102 70193 85211 05559 64462 29489 54930 38196
44288 10975 66593 34461 28475 64823 37867 83165 27120 19091 45648 56692 34603 48610 45432 66482 13393 60726 02491 41273
72458 70066 06315 58817 48815 20920 96282 92540 91715 36436 78925 90360 01133 05305 48820 46652 13841 46951 94151 16094
33057 27036 57595 91953 09218 61173 81932 61179 31051 18548 07446 23799 62749 56735 18857 52724 89122 79381 83011 94912
98336 73362 44065 66430 86021 39494 63952 24737 19070 21798 60943 70277 05392 17176 29317 67523 84674 81846 76694 05132
00056 81271 45263 56082 77857 71342 75778 96091 73637 18772 14684 40901 22495 34301 46549 58537 10507 92279 68925 89235
42019 95611 21290 21960 86403 44181 59813 62977 47713 09960 51870 72113 49999 99837 29780 49951 05973 17328 16096 31859
50244 59455 34690 83026 42522 30825 33446 85035 26193 11881 71010 00313 78387 52886 58753 32083 81420 61717 76691 47303
59825 34904 28755 46873 11595 62863 88235 37875 93751 95778 18577 80532 17122 68066 13001 92787 66111 95909 21642 01989
38095 25720 10654 85863 27886 59361 53381 82796 82303 01952 03530 18529 68995 77362 25994 13891 24972 17752 83479 13151
55748 57242 45415 06959 50829 53311 68617 27855 88907 50983 81754 63746 49393 19255 06040 09277 01671 13900 98488 24012
85836 16035 63707 66010 47101 81942 95559 61989 46767 83744 94482 55379 77472 68471 04047 53464 62080 46684 25906 94912
93313 67702 89891 52104 75216 20569 66024 05803 81501 93511 25338 24300 35587 64024 74964 73263 91419 92726 04269 92279
67823 54781 63600 93417 21641 21992 45863 15030 28618 29745 55706 74983 85054 94588 58692 69956 90927 21079 75093 02955
32116 53449 87202 75596 02364 80665 49911 98818 34797 75356 63698 07426 54252 78625 51818 41757 46728 90977 77279 38000
81647 06001 61452 49192 17321 72147 72350 14144 19735 68548 16136 11573 52552 13347 57418 49468 43852 33239 07394 14333
45477 62416 86251 89835 69485 56209 92192 22184 27255 02542 56887 67179 04946 01653 46680 49886 27232 79178 60857 84383
82796 79766 81454 10095 38837 86360 95068 00642 25125 20511 73929 84896 08412 84886 26945 60424 19652 85022 21066 11863
06744 27862 20391 94945 04712 37137 86960 95636 43719 17287 46776 46575 73962 41389 08658 32645 99581 33904 78027 59009
94657 64078 95126 94683 98352 59570 98258 22620 52248 94077 26719 47826 84826 01476 99090 26401 36394 43745 53050 68203
49625 24517 49399 65143 14298 09190 65925 09372 21696 46151 57098 58387 41059 78859 59772 97549 89301 61753 92846 81382
68683 86894 27741 55991 85592 52459 53959 43104 99725 24680 84598 72736 44695 84865 38367 36222 62609 91246 08051 24388
43904 51244 13654 97627 80797 71569 14359 97700 12961 60894 41694 86855 58484 06353 42207 22258 28488 64815 84560 28506
01684 27394 52267 46767 88952 52138 52254 99546 66727 82398 64565 96116 35488 62305 77456 49803 55936 34568 17432 41125
15076 06947 94510 96596 09402 52288 79710 89314 56691 36867 22874 89405 60101 50330 86179 28680 92087 47609 17824 93858
90097 14909 67598 52613 65549 78189 31297 84821 68299 89487 22658 80485 75640 14270 47755 51323 79641 45152 37462 34364
54285 84447 95265 86782 10511 41354 73573 95231 13427 16610 21359 69536 23144 29524 84937 18711 01457 65403 59027 99344
03742 00731 05785 39062 19838 74478 08478 48968 33214 45713 86875 19435 06430 21845 31910 48481 00537 06146 80674 91927
81911 97939 95206 14196 63428 75444 06437 45123 71819 21799 98391 01591 95618 14675 14269 12397 48940 90718 64942 31961
56794 52080 95146 55022 52316 03881 93014 20937 62137 85595 66389 37787 08303 90697 92077 34672 21825 62599 66150 14215
03068 03844 77345 49202 60541 46659 25201 49744 28507 32518 66600 21324 34088 19071 04863 31734 64965 14539 05796 26856
10055 08106 65879 69981 63574 73638 40525 71459 10371 20628 04390 39759 51567 71577 00420 33786 99360 07230 55876 31763
59421 87312 51471 20532 92819 18261 86125 86732 15791 98414 84882 91644 70609 57527 06957 22091 75671 16722 91098 16909
15280 17350 67127 48583 22287 18352 09353 96572 51210 83579 15136 98820 91444 21006 75103 34671 10314 12671 11369 90865
85163 98315 01970 16515 11685 17143 76576 18351 55650 88490 99898 59982 38734 55283 31635 50764 79185 35893 22618 54896
32132 93308 98570 64204 67525 90709 15481 41654 98594 61637 18027 09819 94309 92448 89575 71282 89059 23233 26097 29971
20844 33573 26548 93823 91193 25974 63667 30583 60414 28138 83032 03824 90375 89852 43744 17029 13276 56180 93773 44403
07074 69211 20191 30203 30380 19762 11011 00449 29321 51608 42444 85963 76698 38952 28684 78312 35526 58213 14495 76857
26243 34418 93039 68642 62434 10773 22697 80280 73189 15441 10104 46823 25271 62010 52652 27211 16603 96665 57309 25471