الرياضياتيّ ابن حمزة الجزائري (2)

مقتدر زروقي
أستاذ متقاعد، المدرسة العليا للأساتذة، القبة
zerrouki.m@gmail.com

تمهيد

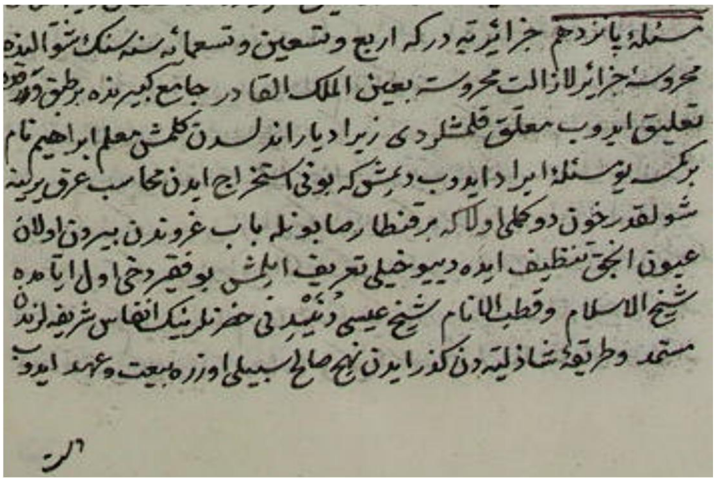
كثيرون هم الرياضياتيون الذين نعرف أسماءهم وعناوين بعض كتبهم، ولا نعرف إلّا النزر القليل عنهم وعن مؤلّفاتهم. ومنهم ابن حمزة الجزائري (كان حيًّا سنة 999هـ/1590م) الذي اشتغل وقتا طويلا بتدريس الرياضيات، وألّف فيها. ومن حسن الحظّ أنّ المؤرّخ التركي حاجي خليفة عرّفنا بكتابه. وفي حين سكوت المتخصّصين في تاريخ الرياضيات عن أعمال ابن حمزة ونفيهم اقترابه من الخاصّية الرياضياتيّة التي تُحوّل الضرب إلى جمع، فإنّ المهندس التركي صالح زكي درس مضامين كتاب ابن حمزة الموسوم بـ"تحفة الأعداد لذوي الرشد والسداد"، وأفادنا المؤرخ الفلسطيني حافظ طوقان بهذه المضامين. وكتب الأستاذ خالد سعد الله عن ابن حمزة وعن بعض أعماله، وتناوله الباحث في تاريخ الرياضيات بيير أجيرون Pierre Ageron في مقالتين، شكّك أو نفى فيهما أسبقية ابن حمزة إلى فكرة اللوغاريتم.

وقد أشرنا، في الجزء الأول من هذا المقال، إلى انشغال ابن حمزة بتعليم الحساب، واهتمامه بالمتتاليات الهندسية، التي ربّما كانت خطوة أولى في طريق اكتشاف الأداة الرياضياتيّة التي تحوِّل الضرب إلى جمع؛ وإلى اهتمامه، خاصّة بالمتتاليات الحسابية، التي كانت أداته الأساسية لحلّ المسألة المكّية التي تحيّر في حلّها الفرضيون والحُسَّاب الهنود.

1. تذكير بمضمون كتابه تحفة الأعداد لذوي الرشد والسداد

بوّب ابن حمزة كتابه كما يلي:

- **المقدّمة**: في تعريف الحساب، وأصول الترقيم، ونظام العدّ، باستعمال الأرقام الغبارية.
- **المقالة الأولى**: في أعمال (العمليات الأربعة) الأعداد الصحيحة الأربعة: الجمع، والطرح، والضرب، والقسمة.
- **المقالة الثانية**: الكسور والعمليات عليها؛ وفي التجذير: الجذر التربيعي لعدد صحيح، العمليات الأربعة على الجذور، الجذر التكعيبي والجذر من المرتبة الرابعة لعدد صحيح.
- **المقالة الثالثة**: في استخراج المجهولات، باستعمال التناسب؛ بطريق الخطأين؛ بالجبر والمقابلة.
- **المقالة الرابعة**: في الهندسة. الأشكال المستوية: الزوايا، المثلّثات، الرباعيات، المجسّمات، الهرم، الموشور، الأسطوانة، الكرة.
- **الخاتمة**: أدرج فيها كثيرا من المسائل الغريبة الطريفة، ومنها المسألة التي أطلق عليها اسم المسألة المكية، وهي مسألة طريفة في ذاتها، وغريبة في حلّها؛ وكذا المسألة السبتية؛ والمسألة الجزائرية التي نصّها باللغة العثمانية في الكتاب، هو التالي:



2. تذكير بالمسألة المكّية وحلّ ابن حمزة الجزائري

في الجزء الأول من المقالة (العدد الخامس من هذه مجلة بشائر العلوم)، قدّمنا التعريف بابن حمزة الجزائري وبمضمون كتابه "تحفة الأعداد لذوي الرشد والسداد"، وتوقّفنا عند جدول حلّ المسألة المكّية. ولتيسير متابعة تصوّري، الذي سأقدّمه في هذا المقال، لحلّ هذه المسألة، أذكِّر القارئ الكريم بنصّ المسألة وبحلّ ابن حمزة الجزائري لها.

المسألة، باختصار، هي: مسلمٌ هنديٌّ توفيّ وله 9 أبناء، وترك 81 نخلة، تنتج كلّ منها سنويا:

الأولى	الثانية	الثالثة	...	الحادية والثمانون
رطلا واحدا	رطلين	3 أرطال	...	81 رطلا

أراد هذا المسلم الهندي تقسيم نخلاته الـ 81 على أبنائه التسعة بالعدل، من حيث عدد النخلات، ومن حيث كميّة إنتاجها من التمر الواجبة لكلّ واحد منهم.

طُرحت هذه المسألة على الفرضيين والحَيْسُوبِيّين في الهند، فاحتاروا في حلّها. ثمّ طُرحت على ابن حمزة وهو في مكّة المكرمة، فانبرى لحلّها بكيفية عجيبة، كما تظهر في الجدول التالي.

جدول حلّ هذه المسألة

	أ	ب	ج	د	ه	و	ز	ح	ط
س1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
س2	18	10	11	12	13	14	15	16	17
س3	26	27	19	20	21	22	23	24	25
س4	34	35	36	28	29	30	31	32	33
س5	42	43	44	45	37	38	39	40	41
س6	50	51	52	53	54	46	47	48	49
س7	58	59	60	61	62	63	55	56	57
س8	66	67	68	69	70	71	72	64	65
س9	74	75	76	77	78	79	80	81	73
المجموع	369	369	369	369	369	369	369	369	369

3. الإطار الرياضياتيّ الذي تصوّرناه لحلّ المسألة المكية

يمكننا أن نتصوّر أنّ ابن حمزة سلك في حلّ هذه المسألة المسلك التالي:

1- تجزئة مجموعة الأعداد $S_{81} = \{1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots, 81\}$ إلى 9 مجموعات جزئية:

$$S_{81} = \{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9\}$$

2- وهذه المجموعات الجزئية منفصلة عن بعضها مثنى مثنى،

3- ومجاميع الأعداد لكلّ مجموعة جزئية، هي مجاميع متساوية،

$$\begin{cases} X_i \neq \emptyset \ ; X_i \cap Y_j = \emptyset \ ; j \neq i \\ X_i \cup Y_j = S_{81} \ ; j \neq i \\ card\, X_i = 9 \\ \sum x_{ij} = 369 \ ; 1 \leq i, j \leq 9 \end{cases}$$

وهكذا تتشكّل للمجموعة S_{81} تجزئة جبرية خاصّة، في كلّ مجموعة جزئية منها 9 أعداد مختلفة، ومجاميع أعداد كلّ منها متساوية، وكل منها يساوي 369.

وتكون عناصر هذه المجموعات الجزئية كالآتي:

عناصر الجزء X_1 هي أعداد العمود الأول من جدول ابن حمزة، وعناصر الجزء X_2 هي أعداد العمود الثاني منه، وهكذا دواليك إلى غاية، عناصر الجزء X_9 هي أعداد العمود التاسع.

إنّ ابن حمزة لم يذكر هذه التجزئة بالتنظير الجبري الذي نستعمله اليوم، ولكنّ سياق الحلّ يتضمّن فكرة تجزئة مجموعة، بالمعنى الجبريّ الحاليّ. ولعلّ فكرة التجزيئ هذه هي فكرة مبتكرة، ساوَقَت حلّ هذه المسألة. وربّما لم تكن فكرة تجزيئ مجموعة بالمعنى الرياضي الحاليّ معروفة من قبل.

يمكننا أن نتصوّر أنّ ابن حمزة سلك لتحقيق الحلّ المسلك العملي التالي:

أ. لاحظ أنّ معطيات هذه المسألة توحي بمتتالية حسابية، هي متتالية الأعداد الطبيعية، من العدد 1 إلى العدد 81.

ب. عند التأمّل في جدول الحلّ وجدنا أنّ عناصر كلّ من السطرين الأوّل والثاني، وعناصر القطرين، والأوتار الموازية للقطرين تتّصف بما يلي:

- عناصر السطر الأوّل (بالترتيب من اليمين إلى الشمال) هي متتالية الأعداد الطبيعية من 1 إلى 9.
- عناصر السطر الأخير (دون العمود التاسع وبالترتيب من اليمين إلى الشمال) هي الثُّماني المرتب:

$$L_9 = (80, 79, 78, 77, 76, 75, 74)$$

فهي متتالية الأعداد الطبيعية من 74 إلى 80.

ج. عناصر القطر الرئيسيّ وعناصر الأوتار الموازية له:

- عناصر القطر الرئيسي لجدول الحلّ (بالترتيب المذكور، ومن الأعلى إلى الأسفل) هي مضاعفات العدد 9، فهي حدود متتالية حسابية، أساسها 9، وحدّها الأول ضعف 9، وحدّها الأخير مربع 9، أي متتالية حسابية:

$$(U_1) : (1, 10, 19, 28, 37, 46, 55, 64, 73)$$
$$M_9 = (81, 72, 63, 54, 45, 36, 27, 18)$$

- ونجد عناصر كلّ وتر من الأوتار التي أعلى القطر الرئيسيّ، هي حدود متتالية حسابية، أساسها 9، وحدّها الأوّل العدد الذي في تقاطع السطر الأول مع الوتر المعتبر، وحدّها الأخير العدد الذي في تقاطع ذلك الوتر مع العمود التاسع. مثلا، عناصر الوتر الذي فوق القطر الرئيسي مباشرة، والمتكوّن من الأعداد:

1، 10، 19، 28، 37، 46، 55، 64، 73

هي حدود متتالية حسابية، أساسها 9، وحدّها الأول العدد 2 من السطر الأول، وحدّها الأخير العدد 73 من تقاطع هذا الوتر مع العمود التاسع:

$$(\boldsymbol{U_2})\ :\ (\mathbf{2\,,11\,,20\,,29\,,38\,,47\,,55\,,64\,,73})$$

- وبالمثل، عناصر الأوتار الأخرى التي أعلى القطر الرئيسيّ هي حدود متتاليات حسابية حدّها الأوّل العدد المكوّن من تقاطع الوتر مع السطر الأول، وحدّها الأخير العدد الذي في تقاطع ذلك الوتر مع العمود التاسع.
- وأيضاً، عناصر كلّ وتر من الأوتار الموازية للقطر الرئيسيّ والكائنة أسفله هي حدود متتالية حسابية، أساسها 9، وحدّها الأول العدد الواقع في تقاطع الوتر المعين مع العمود الأول. مثلا، عناصر الوتر الذي أسفل القطر الرئيسي مباشرة، وهي الأعداد

26، 35، 44، 53، 62، 71، 80

وهي حدود متتالية حسابية، أساسها 9، وحدّها الأول العدد 26 من تقاطع هذا الوتر مع العمود الأول، وحدّها الأخير العنصر 80 الذي في تقاطع هذا الوتر مع السطر الأخير.

زيادةً على ذلك نلاحظ أنّ عناصر الوتر الأول الموازي للقطر الرئيسيّ والواقع أسفله مباشرة أرقامها متناظرة في الوضع، 18 يقابله 81 و27 يقابله 72 و36 يقابله 63 و45 يقابله 54.

9	8	7	6	5	4	3	2	1
17	16	15	14	13	12	11	10	18
25	24	23	22	21	20	19	27	26
33	32	31	30	29	28	36	35	34
41	40	39	38	37	45	44	43	42
49	48	47	46	54	53	52	51	50
57	56	55	63	62	61	60	59	58
65	64	72	71	70	69	68	67	66
73	81	80	79	78	77	76	75	74

د. عناصر الأعمدة (في أعلى القطر الأول أو أسفله):

- عناصر الأعمدة التي أعلى القطر الأول:
  - عناصر العمود رقم 9:

$$\boldsymbol{C_9} = (\mathbf{9\,,17\,,25\ \ ,33\,,41\,,33\,,49\,,57\ \ ,65\,,73})$$

وهي حدود متتالية حسابية متزايدة أساسها 8، وحدّها الأول 9 وحدّها الأخير 73.

  - عناصر العمود رقم 8، الذي أعلى القطر الأول هي مضاعفات 8:

$$\boldsymbol{C_8} = (\ \mathbf{8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64})$$

وهي حدود متتالية حسابية أساسها 8، حدّها الأول 8 وحدّها الأخير 64.

  - وبالمثل عناصر العمود رقم 7، باستثناء عناصر القطر الأول:

$$\boldsymbol{C_8} = (\mathbf{7, 15, 23\ , 31, 39\ , 47\ , 55})$$

وهي أيضا حدود متتالية حسابية أساسها 8، حدّها الأول 7 وحدّها الأخير 55.

وهكذا، عناصر كلّ الأعمدة التي أعلى القطر الرئيسيّ (أو تحته باستثناء عناصر القطر الرئيسيّ) هي متتاليات حسابية أساسها 8، حدّها الأول رقم العمود، وحدّها الأخير هو العدد من نفس العمود والموجود أعلى القطر الأساسي مباشرة (أو حدّها الأول العنصر الذي أسفل القطر الرئيسي مباشرة ومن نفس العمود، وحدّها الأخير هو الواقع في تقاطع ذلك العمود مع السطر الأخير).

- عناصر الأعمدة التي أسفل القطر الأول: هي متتاليات حسابية أساس كلّ منها 8، الحدّ الأول لكلٍّ منها هو العنصر (من العمود المعتبَر) الذي أسفل القطر الرئيسي مباشرة، والحدّ الأخير لكلّ منها هو تقاطع العمود

المُتَّخَذ مع السطر الأخير. مثلا، عناصر العمود الأوّل (أسفل القطر الرئيسيّ) هي حدود متتالية حسابية أساسها 8، وحدّها الأول 18 وحدّها الأخير 74، أي

$$C_1 = (18\,,26\ \,,34,42,50\,,58\,,66\,,74)$$

وبالمثل، عناصر بقية الأعمدة (التي أسفل القطر الأوّل)، كلّ منها تشكّل متتالية حسابية، أساسها 8، وحدّها الأوّل العنصر الذي تحت القطر الأول مباشرة، ومن العمود المعتبر، وحدّها الأخير عنصر تقاطع العمود نفسه مع السطر الأخير.

هـ. عناصر القطر الثاني والأوتار الموازية له:

1- القطر الثاني: يتكوّن من $\{9، 16، 23، 30، 37\} \cup \{53، 60، 67، 74\}$. وكلا الجزأين يشكّل متتالية حسابية أساسها 7. وذلك لأنّ الأعداد التي أعلى القطر الرئيسي $(\mathbf{9\,,16\,,23\,,30\,,37})$ هي متتالية حسابية أساسها 7، حدّها الأول 9، وحدّها الأخير 37، والأعداد التي أسفل القطر الرئيسي وهي $(\mathbf{53\,,60\,,67\,,30\,,74})$ هي حدود متتالية حسابية أساسها 7، حدّها الأول 53، وحدّها الأخير 74.

2- ومثل ذلك، أعداد الأوتار الموازية للقطر الثاني (التي أعلى القطر الرئيسيّ) تشكّل متتاليات حسابية أساسها 7، حدّها الأوّل تقاطع الوتر المتّخَذ مع السطر الأول، وحدّها الأخير العنصر الذي فوق القطر الأول مباشرة، ومن نفس الوتر.

3- وكذلك أعداد الأوتار الموازية للقطر الثاني (التي أسفل القطر الرئيسيّ) تشكّل متتاليات حسابية أساسها 7، حدّها الأول العنصر (من الوتر المتّخَذ) الذي أسفل القطر الأول مباشرة، وحدّها الأخير العنصر الذي في تقاطع ذلك الوتر مع العمود الأول.

4- وكذا أعداد سائر أجزاء الأوتار الموازية للقطر الثاني (التي في أعلى القطر الأول) هي حدود متتاليات حسابية أساسها 7، حدّها الأوّل تقاطع الوتر المتّخَذ مع السطر الأول، وحدّها الأخير العدد من الوتر المُتَّخَذ (الكائن أعلى القطر الأول).

5- وأيضا أعداد أجزاء الأوتار الموازية للقطر الثاني (التي في أسفل القطر الأول مباشرة تباعا) هي حدود متتاليات حسابية أساسها 7، حدّها الأوّل العدد من الوتر المتّخَذ (والكائن أسفل القطر الأول مباشرة)، وحدّها الأخير تقاطع نفس الوتر مع الوتر نفسه مع السطر الأخير.

4. أيكون جدول المسألة المكّية مربّعا سحريا؟

المربّع السحريّ هو جدول مربّع، بيوته مشغولة بأعداد، يكون مجموع التي في قطريه مساويا لمجموع التي في أسطره ومساويا للّتي في أعمدته. وقد كانت المربّعات السحرية تُستعمل كألعاب فكرية مسلّية، وتُستعمل أيضا في أعمال الشعوذة.

ونشير إلى أنّ جدول ابن حمزة ليس مربّعا سحريا، وإن كانت بعض المربعات السحرية المُتَسَّعة أي من المرتبة التاسعة (9×9) تعطي الحلّ نفسه الذي يعطيه جدول حلّ المسألة المكية، ولكنّها منشأة بكيفية مختلفة عن كيفية إنشاء مربّع ابن حمزة.

لقد اشتغل بعضُ رياضياتيي الحضارة العربية الإسلامية وبعضُ الفقهاء المسلمين المتريضين، بالمربّعات السحرية، ومنهم الفقيه المالكي أحمد بن إدريس القرافي (ق 7هـ/ 13م) في كتابه الفروق، وابن قنفذ القسنطيني (ق 8هـ/ 14م)، وقبلهما فرقة "إخوان الصفا وخلان الوفا" (ق 4هـ/10م) أدرجوا في الرسالة الأولى من رسائلهم الحِكَمِية،

وهي الرسالة الرياضية الموسومة بخواص العدد، بعض المربّعات السحرية مثل المربّع 3 × 3، والمربع 4 × 4 و... والمربع 9 × 9. وفي مقال أكاديمي ذكر الباحث بيير أجيرون أنّ الفرضي المصري الحاسب محمد الشُّبْرامَلِّيسي (حوالي 1600م) أفرد للمربّعات رسالة خاصة. وذكر أيضا أنّ كلّا من الرياضياتيين أبا الوفاء البوزجاني (ق 4هـ/10م)، والحسن بن الهيثم (ت. 965هـ/1039م) قدّم مربعات سحرية تساعية، وبمسلكين حسابيين مختلفين.

وندرج الآن بعض المربّعات السحرية من مراتبة مختلفة، ليتبيّن للقارئ الكريم أنّ جدول حلّ ابن حمزة للمسألة المكية ليس من المربعات السحرية.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

مربع سحري ثلاثي، مجاميع الأعداد في كل سطر وفي كل عمود هي 15

4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

مربع سحري رباعي، مجاميع الأعداد في كل سطر وفي كل عمود هي 34

وقد عرض الباحث السويسري جاك سيزيانو Jacques Sesiano في كتابه الموسوم بـ "المربّعات السحرية في البلدان الإسلامية"، أنواعا من المربّعات السحرية من مراتب مختلفة، منها مربّعات سحرية خماسية، وسداسية، وسباعية، وثمانية، وتساعية.

31	76	13	36	81	18	29	74	11
22	40	58	27	45	63	20	38	56
67	4	49	72	9	54	65	2	47
30	75	12	32	77	14	34	79	16
21	39	57	23	41	59	25	43	61
66	3	48	68	5	50	70	7	52
35	80	17	28	73	10	33	78	15
26	44	62	19	37	55	24	42	60
71	8	53	64	1	46	69	6	51

5. تعدّد حلول المسألة المكية

5	54	13	62	21	70	29	78	37
46	14	63	22	71	30	79	38	6
15	55	23	72	31	80	39	7	47
56	24	64	32	81	40	8	48	16
25	65	33	73	41	9	49	17	57
66	34	74	42	1	50	18	58	26
35	75	43	2	51	10	59	27	67
76	44	3	52	11	60	19	68	36
45	4	53	12	61	20	69	28	77

نشير إلى أنّ عدد حلول المسألة المكيّة كبيرٌ جدّا، وأحد تلك الحلول التي لم يذكرها ابن حمزة هو المربّع السحري التُساعي، الذي مجاميع الأعداد في كل عمود منه هي 369. فهو حلّ آخر للمسألة المكية، ولكنّه، مبني على غير الكيفية التي أنشأ بها ابن حمزة حلّه.

78	65	64	27	1	18	19	17	80
25	5	47	49	68	39	40	74	22
46	45	6	50	15	44	73	33	57
34	43	48	7	16	72	37	52	60
69	56	71	72	31	41	14	12	3
29	42	31	11	66	79	34	51	26
32	30	9	36	67	24	77	35	59
54	8	23	57	13	28	53	75	58
2	61	62	63	81	55	20	21	4

وهذا مربع سحري آخر فيه مجاميع الأعداد في كل عمود وفي كل سطر وفي كل قطر هو 369

50	63	67	80	3	16	20	33	37
55	68	81	4	17	21	34	38	51
69	73	5	18	22	35	39	52	56
74	6	10	23	36	40	53	57	70
7	11	24	28	41	54	58	71	75
12	25	29	42	46	59	72	76	8
26	30	43	47	60	64	77	9	13
31	44	48	61	65	78	1	14	27
45	49	62	66	79	2	15	19	32

ولأنّ مجموعَ الأعداد في كلّ عمود، من هذا المربّع السحري ثابتٌ ويساوي 369، ولكون عملية الجمع تبديلية، فإنّ تبديل عدد بآخر في العمود الواحد، أو تبديل عدد بآخر في العمود ذاته، لا يغيّر المجموع. وأيضا تبديل سطر بسطر، أو التبديل بين بعض الأسطر لا يغيّر المجموع، وبالتالي لا يغيّر الحلّ. فإنّ نظرية العدّ تعطينا (فيما يخصّ تبديل الأعداد داخل العمود الواحد وتبديل سطر بسطر) عدد الإمكانيات النظرية للحلّ، وهو $(\mathbf{9\,!})^{9}$. وفيما يخصّ تبديل الأعمدة مع بعضها البعض، وتبديل الأعداد مع بعضها البعض، داخل العمود الواحد، فإن نظرية العدّ تعطينا نفس العدد من الإمكانيات، وهو $(\mathbf{9\,!})^{9}$. ولهذا فإن العدد النظري للحلول الممكنة هو $\mathbf{2} \times (\mathbf{9\,!})^{9}$.

وإذا أضفنا المربع السحري 9×9 الذي مجموع أعداد كل عمود فيه هو 369، باعتبار أنّه أحد الحلول الممكنة، يكون العدد النظري الإجمالي لإمكانيات الحلول هو

$$\boldsymbol{NS} = \mathbf{2} \times (\mathbf{9\,!})^{9} + \mathbf{1}.$$

وإذا أضفنا الجدول الآخر الذي ذكره ابن حمزة يكون عدد حلول المسألة المكية مساويا

$$\boldsymbol{NS} = \mathbf{2}\,[\,(\mathbf{9\,!})^{9} + \mathbf{1}]$$

وهذا عدد كبير مذهل،

6. خاتمة وأمل

في هذه السانحة نهيب بالزملاء، أساتذة الرياضيات للتعليم الثانوي وما بعده، أن يشيروا إلى ابن حمزة كرياضياتي جزائري، وأنّه ربّما خطى خطوة، رياضية صغيرة، نحو اكتشاف الأداة اللوغاريتمية التي نظّر لها ونظّمها نيبير Napier فيما بعد. كما نهيب بكلّ من يمكنه الإسهام في ترجمة هذا الكتاب الرياضي القيِّم إلى العربية أن يبادر إلى ذلك، خدمة لتراثنا العلمي، وتخليدا لرياضيِّنا الحصيف ابن حمزة، رحمه الله وعفى عن نقيصته، بتحرير كتابه القيم هذا بلغة آلت إلى الضمور، حتى عند أهلها، ولعلّ في خطيئته هذه عبرة لأولي الأبصار، المؤلّفين بلغة مآلها الضعف والاندثار.

المراجع

[1] ابن حمزة، عليّ بن وليّ، تحفة الأعداد لذوي الرشد والسداد، مخطوط السليمانية، رقم 1/3151.

[2] إخوان الصفا، رسائل إخوان الصفا وخلان الوفا، المجلد الأول، الرسالة الأولى في العدد، دار بيروت للطباعة والنشر، بيروت.

[3] بالطيب، عبد اللطيف، معجم الرياضيين العرب والمسلمين، دار النعمان للطباعة والنشر، الجزائر، 2013.

[4] حاجي خليفة، كشف الظنون عن أسامي الكتب والفنون، الجزء 1، دار الفكر، بيروت، 2007.

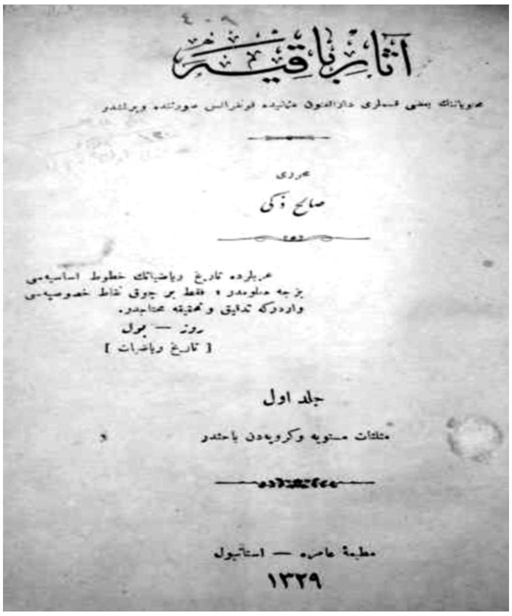
[5] سعد الله، أبو بكر خالد، ابن حمزة الجزائري مدرس الرياضيات في مكة المكرمة (ق 10هـ/16م)، مجلة الدارة، 03، 2010، 105-116.

[6] طوقان، قدري حافظ، تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، القاهرة - بيروت، 1963.

[7] Ageron, Pierre, Le problème des quatre-vingt un palmiers, Université de Caen, IREM de Basse-Normandie, 7, 2011, 20 - 23.

[8] Ageron, Pierre, Ibn Hamza a-t-il découvert les logarithmes?, Constitution et circulation du discours islamocentré sur l'histoire des mathématiques, IREM de Basse-Normandie & Université de Caen, 2011, 339 – 359.

[9] Sesiano, Jacques, Les carrés magiques dans les pays islamiques, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, 2004.


آثار باقیه

محرری

صالح زکی

غربلرده تاریخ ریاضیاتك خطوط اساسیه‌سی بزجه معلومدر ، فقط بر چوق نقاط خصوصیه‌سی واردرکه تدقیق و تحقیقه محتاجدر.

روز — بول

[تاریخ ریاضیات]

جلد اول

مثلثات مستویه وکرویه‌دن باحثدر

مطبعهٔ عامره — استانبول

١٣٢٩