مصادر ومحتوى وإسهامات الرياضيات العربية قبل القرن 6هـ/12م (2)

المصادر اليونانية

وسيلة غرابة
مخبر الإبستمولوجيا وتاريخ الرياضيات، المدرسة العليا للأساتذة، القبة
أستاذة بقسم الرياضيات والإعلام الآلي، كلية العلوم، جامعة الدكتور يحي فارس، المدية
o.gheraba@yahoo.fr

تعتبر الرياضيات اليونانية أكبر وأهم مصدر أخذت منه الرياضيات العربية. وبحسب المواضيع التي تناولتها والمسائل التي طرحتها مؤلفاتُ هذا الموروث المترجمة، أُنتجت ميادين الدراسة والاهتمامات لدى رياضياتي التقليد العربي. من بين هذه المواضيع، والتي كانت الأكثر تناولا في التقليد الرياضياتي العربي: الهندسة ونظرية الأعداد. فيما سنشرع في تناول موضوع الهندسة في هذا المقال، سنؤجل الحديث عن موضوع نظرية الأعداد إلى الجزء الثالث من سلسلة المقالات هذه.

الهندسة

تؤكد الكتابات الأولى بالعربية، التي بدأت من أواخر القرن الثامن إلى أوائل القرن التاسع للميلاد، أنّ التقاليد الهندسية اليونانية والهلنستية والهندية (التي اتّبعت جزئيا التقليد اليوناني) أُدمجت مع معارف الأمم الأخرى. وقد أجابت الهندسة على ثلاثة مطالب:

1. المطلب الأول

يتعلق المطلب الأول بحلول مسائل المعاملات، بمفهومها القضائي. وتشكلت بواسطتها عمليات رياضية كانت تنتمي إلى تقاليد محلية (بلاد الرافدين، فارسية، بيزنطية). وبظهور مسائل جديدة وتطور الرياضيات طبّقت خوارزميات أخرى. [8]

يدخل هذا المجال ضمن الهندسة العملية أو ما يسمى بعلم الحيل (علم الطرائق الهندسية). وينضوي تحته عدد من الفروع العلمية، من بينها حساب المساحة أو التكسير. أولى الكتابات المترجمة في هذا المجال من اليونانية هو كتاب **علم المناظر** لأوقليدس (Euclid)، وفيه دراسة لمسألة في المساحات المجسّمة. وقد درس هذه المسألة أبو يوسف الكِندي (ت. 873م)، ومن بعده سنان بن الفتح (ق. 9-10م) تحت عنوان **المساحات المناظرية**، ثم القبيصي (القابصي). كما توجد قائمة كبيرة من الرياضيين الذين درسوا علم المساحة والتكسير. [5]

ضمن نفس الميدان، وفي فصل "المساحة" من كتاب الخوارزمي (ت. حوالي 850م)، **كتاب الجبر والمقابلة**، يعطي الخوارزمي دون إثبات حساب مساحة المثلثات والمضلعات المنتظمة وقيمة تقريبية للعدد π، وهي نسبة أرشميدس (Archimedes). ويقترح قواعد لحساب حجم الموشور والهرم والأسطوانة والمخروط. وقد احتوت عدة كتيبات عربية في الحساب والجبر أجزاء مشابهة لفصل المساحة في كتاب الخوارزمي. [7]

ولاحقا يقدّم ابن الهيثم (ت. بعد 1040م) في مؤلفه **في أصول المساحة**، حسابًا لمساحة الدائرة وفق نهج أرشميدس. ثم ينتقل بعد حساب المساحات المسطحة إلى حساب حجوم بعض المجسمات التي يستخدمها المسَّاحون. وهو، في مؤلّفه، لم يكن على علم فحسب بأعمال أسلافه، بل قد أثبت في أعمال له سابقة قاعدة حجم الكرة. ويُنهي كتابه بجدول المسَّاح الذي يتناول فيه نتائج وطرائق القياس بدون براهين، وذلك ليسهل على المسَّاح أخذ الصيغة التي يحتاجها. [5]

فرعان آخران يدخلان ضمن علم الحيل، هما فن البناءات الهندسية والميكانيك. في الفرع الأول كرَّس ثابت بن قرة (836-901 م) مؤلفين للبناءات الهندسية، أعطى فيهما حلا لمسألة تقسيم مربع مبني على وتر مثلث قائم إلى مربعات مبنية على أضلاع المثلث عينه، ومسألة أخرى في عملية البناء الفضائي. [7]

أمّا في الميكانيك الذي تنضوي تحته الآليات والآلات المستخدمة للبناءات الهندسية، كُرّسا الكتابان لهذا المجال: **كتاب الحيل الروحانية والأسرار الطبيعية في دقائق الأشكال الهندسية** لأبي نصر الفارابي (ت. نحو 950م)، **وفيما يحتاج إليه الصانع من الأعمال الهندسية** لأبي الوفا البوزجاني (940-998م). ويحتوي الكتابان على بناءات بالمسطرة والبركار لبعض المضلعات المنتظمة، وبناءات فيها أدوات خاصة بمسألة الوسطين وتثليث الزاوية وتحويلات مضلع إلى مضلع آخر، وبناء مرآة حارقة، وبناءات في الفضاء وعلى كرات وقمم متعددي السطوح المنتظمة ونصف المنتظمة. وفي رسم القطوع يعطي الحسن بن موسى بن شاكر (ق. 9م) في كتاب **الشكل المدور المستطيل** طريقة لرسم القطع الناقص بربط حبل بمسمارين وشدِّه جيدا بحبل ثالث. [7]

تتعلق دراسة البناءات الهندسية والآلات أيضا بدراسة مراكز الأثقال. برز في هذا المجال أبو سهل (ويجن) بن رستم القوهي (أو الكوهي) (ق. 10-11م)، فقد اهتم بتطبيق الرياضيات على علم الفلك وعلى ميكانيكا السكون. في دراسة الآلات الرياضية، قام بتصميم آلة خاصة للبناء المتواصل لقطوع مخروطية سمّاها البركار التام، حيث ركَّب القوهي بين تقليدي الهندسة اليونانية -هندسة أرشميدس وهندسة أبولنيوس (Apollonios)- لكي يتقدم في حقل التحويلات الهندسية. إنّ كتاب القوهي **مساحة المجسم المكافئ** جزء من مشروع واسع يهدف إلى دراسة مراكز الأثقال، انطلق فيه القوهي من كتاب ثابت ابن قرة، وابتكر طريقة لإيجاد مساحة المجسم المكافئ لا تتطلب سوى مقدمتين. فقلّص بذلك المقدمات الحسابية الكثيرة عند ثابت بن قرة، وركّب بين الطرائق الهندسية وبين طريقة المجاميع التكاملية التي تمت إعادة اكتشافها معه. [3]

2. المطلب الثاني

كان المطلب الثاني ناتجا عن حلول مسائل علمية متعلقة بميادين أخرى مثل الجغرافيا والفلك والتنجيم. هذه المجالات نشّطت عدة فصول، منها فصلين قديمين، هما هندسة الكرات وعلم المثلثات، تزاوجت فيهما أدوات الحضارة اليونانية والمفاهيم المترية الهندية، وهو ما يُلاحظ في مبرهنة مينلاوس (Menelaus) الضرورية في الفلك اليوناني والعربي بين القرنين التاسع والعاشر الميلاديين. كما ظهرت مفاهيم جديدة (الظل وظل التمام)، وعدة نتائج حققها علماء كبار مثل أبو الوفا البوزجاني، حبش الحاسب (ق. 9م) والبتّاني (ت. 929م). [8] وقد كان البيروني (973-1048م) أول من اعتبر نصف القطر وحدة، وبالتالي أعطى للجيوب القيم التي نعطيها اليوم. [1]

قد يكون من المبالغة القول بعدم وجود شيء في علم المثلثات قبل القرن التاسع الميلادي؛ فمفهوم الجيب هندي، والأسس عائدة إلى العصر اليوناني مع جدول الأوتار ومبرهنة منلاوس الكروية. لكن العلماء العرب استخدموا هذه المكتسبات وحولوها إلى علم مرمّز، وتحولت بين أيديهم حسابات **المجسطي** الهندسية بواسطة جداول الأوتار، إلى أداة ذات مرونة فريدة، وتطورت تقنيات أخرى عديدة للحساب الفلكي، مثل استخدام الدالات المساعدة والاستكمال

والطرق الحسابية التكرارية. [2] كما ساعدت حلول معادلات للأضلاع الصماء لمضلعات منتظمة خاصة، مثل المسبع والمتسع وذي 180 ضلعًا، في جمع لوحات علم المثلثات. [7]

كما نشّطت هذه الميادين، بدءًا من القرن التاسع، استخدام التحويلات الهندسية والتي كان لها مصطلح خاص يميزها وفق السِجزي (ق. 10-11م)، وهو "النقل" تحت عنوان "علم التسطيح". فقد كان لبعض التحويلات بعض الحضور عند أرشميدس وأبولونيوس بشكل خاص، بيد أنّ استخدامها في القرن التاسع أصبح أكثر شيوعا، كما أضحى مجال تطبيقها أكثر امتدادا. إنّ اهتمام الهندسيين آنذاك لم يقتصر فقط على دراسة الأشكال الهندسية فحسب، وإنّما تعدّاها إلى دراسة العلاقات التي توحّد هذه الأشكال. ومن بين تطبيقات هذه العلاقات في الفلك إعداد عمليات التمثيل الدقيق للكرة على قواعد هندسية متينة بغية بناء الأسطرلاب. [6]

إن التشابك بين البحث في الإسقاطات وهندسة القطوع المخروطية قد حدث تحديدا في كتاب **الكامل** للفرغاني (ت. بعد 861م)، الذي كان أحد فلكيي الخليفة المأمون. كرّس الفرغاني في كتابه، فصلا كاملا لهندسة الإسقاطات، تحت عنوان **في تقديم أشكال هندسية يستدل بها على هيئة الأسطرلاب**. وقد أعطى فيه الدراسة الهندسية الفعلية الأولى للإسقاطات المخروطية. ومن الفرغاني إلى البيروني في القرن الحادي عشر، مرورًا بشكل خاص بالقوهي وابن سهل (ق. 10م)، شهد هذا البحث الهندسي انتشارًا وترسيخا أكيدًا. [6]

في تطبيق آخر للهندسة في ميدان الفلك، توجد مسائل السطوح والمجسمات ذات الإحاطة المتساوية. فقد كان علماء الفلك بحاجة إلى البحث في "الأقصويات" لإثبات كروية السماء والعالم. تاريخ هذه المسألة يبدأ بخلف أرشميدس، زينودورس (Zenodorus). يذكر ثيون الإسكندري (Theon of Alexandria)، في مؤلفه **شرح المقالة الأولى من المجسطي**، صيغة بطلميوس التالية: "ومن أجل الأشكال الكثيرة الأضلاع البسيطة، تكون الدائرة أعظم الأشكال البسيطة، وتكون الكرة أعظم الأشكال المجسمة، فالسماء أعظم ممّا سواها من الأجسام". اهتم الرياضياتيون من بعده بهذه الصيغة وأرادوا إثباتها، منهم بابوس (Pappus) في المقالة الخامسة من **المجموعة الرياضية**. وقد كان نص ثيون وكتاب المجسطي لبطلميوس (Ptolemy) معروفين من قبل الرياضيين وعلماء الفلك في بغداد في القرن التاسع، وقد أحدثا تقليدًا في البحث بدأ مع الكندي، وتبعه ابن هود (ق. 11م) وجابر ابن أفلح (ق. 12م)، وبخاصة الخازن (ق. 10م) وابن الهيثم. [3]

يقترح الخازن إثبات صيغة بطلميوس، وهو عبارة عن شرح للمقالة الأولى لكتاب **المجسطي** من دون أن يستطيع أن يثبت المبرهنة. لم يستخدم الخازن الحساب ولكن استخدم الهندسة. وفكرته تكمن في أنّ الشكل الأكثر تناظرًا من بين جميع الأشكال المحدبة من نوع معلوم (مثلث، معين، متوازي أضلاع) هو الذي يحقق نهاية قصوى (عظمى أو صغرى) لمقدار ما (مساحة، نسبة بين مساحتين، محيط، إلخ). استخدم الخازن نتيجة، سبق وأن بيّنها كل من زينودوروس وبابوس، وهي "من بين كل الأشكال المتساوية المحيطات والتي لها العدد نفسه من الأضلع، يكون الأعظم (مساحة) هو المضلع المنتظم". ويعمد بالنسبة إلى الأشكال الهندسية المستوية ذات المحيطات المتساوية، إلى مقارنة المضلعات المنتظمة متساوية المحيطات والمختلفة في أعداد أضلاعها، ثم مقارنة بين مضلع منتظم وبين دائرة، حيث يكون محيطاهما متساويين، وذلك بواسطة متعدد أضلاع آخر شبيه بمتعدد الأضلاع الأول ومحيط بالدائرة. ثم ينتقل الخازن إلى المجسمات، ويستخدم المخروطات ومتعددي أضلاع في الفضاء متساوية السطوح محاطة بكرة مماسة ومحيطة بها (وهو يخطئ بالتسليم بوجود هذا المجسم المنتظم). [3]

نجح ابن الهيثم في إثبات المبرهنة في الحالة المستوية، ومساره يختلف عن مسار الخازن. إذ يثبت أن مساحة الدائرة نهاية لمتتالية من مساحة متعددات أضلاع متساوية الأضلاع. أما بالنسبة إلى الفضاء، فالمسألة معقدة. فيلجأ إلى إثبات القضية التالية "كل متعددي قواعد منتظمين، متشابهي الوجوه ومتساويي المساحة، فذاك الذي له وجوه

أكثر منهما يكون الأكبر حجما. وكل متعددي قواعد منتظمين، متشابهي الوجوه ومحاطين بكرة واحدة، فذاك الذي له وجوه أكثر منهما يكون ذا المساحة والحجم الأعظمين". حاول ابن الهيثم، كما في الحالة المستوية، إيجاد متتالية من متعددي القواعد المنتظمة والتي تنتهي إلى الكرة. ولكن في حالة الفضاء هذا غير ممكن لأن متعددي القواعد تكون منتهية. رغم أن ابن الهيثم لم ينجح في إثبات ذلك، لكنه يجري تطبيقا مهما وموسعا لبعض خواص الزاوية المجسمة، وتكمن أهمية إثباته أيضا في دمج الإسقاط المخروطي وتعريف اللامتناهية الصغر للشرائح الهرمية. [4]

سنتناول المطلب الثالث في الجزء الثالث من سلسلة المقالات هذه.

المراجع

[1] الأقليديسي، أبو الحسن أحمد بن إبراهيم، الفصول في الحساب الهندي، تحقيق أحمد سليم سعيدان، منشورات جامعة حلب، معهد التراث العلمي العربي، حلب، 1984.

[2] ديبارنو، ماري تيريز، علم المثلثات: من الهندسة إلى علم المثلثات، في موسوعة تاريخ العلوم العربية، ج. 2، إشراف رشدي راشد بمعاونة ريجيس مورلون، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، 2005.

[3] راشد، رشدي، الرياضيات التحليلية بين القرن الثالث والقرن الخامس للهجرة، ، ج. 1، المؤسسون والشارحون: بنو موسى، ابن قرة، ابن سنان، الخازن، القوهي، ابن السمح، ابن هود، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، 2011.

[4] راشد، رشدي، الرياضيات التحليلية بين القرن الثالث والقرن الخامس للهجرة، ج. 2، الحسن بن الهيثم، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، 2011.

[5] راشد، رشدي، الرياضيات التحليلية بين القرن الثالث والقرن الخامس للهجرة، ج. 3، الحسن بن الهيثم: نظرية المخروطات، الأعمال الهندسية والهندسة العملية، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، 2011.

[6] راشد، رشدي، الرياضيات التحليلية بين القرن الثالث والقرن الخامس للهجرة، ، ج. 4، الحسن بن الهيثم: المناهج الهندسية، التحويلات النقطية، فلسفة الرياضيات، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، 2011.

[7] روزنفيلد، بوريس أ.، و يوشكفيتش، أدولف ب.، الهندسة، في موسوعة تاريخ العلوم العربية، ج. 2، إشراف رشدي راشد بمعاونة ريجيس مورلون، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، 2005.

[8] Djebbar, Ahmed, Les mathématiques arabes et leur circulation dans l'Occident latin, In The difusion of the Islamic Sciences in the Western World, Firenze, 2020.